

## Alıştırmalar ve Problemler – 4.13

1. a.  $\{0\}$       b.  $\{\sqrt{3}\}$       c.  $\{33\}$   
d. R      e. R      f.  $\{0,3\}$
2. a.  $x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$       b.  $x = \frac{-9}{2}; y = 9$   
c.  $x = 1; y = 0; z = \frac{-\sqrt{3}}{3}$   
d.  $x = -3; y = 4; z = 16$
3. a.  $12\sqrt{2}$       b.  $\frac{5}{2}$       c.  $2\sqrt{6} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{2} - 7$       d. 6
4. a.  $3\sqrt{2}$       b.  $\sqrt{6}$       c.  $\sqrt{6}$       d. 60
5. a.  $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$       b.  $\frac{a+2b}{3a+4b} = \frac{27}{71}$   
c.  $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$  veya  $\frac{a}{b} = -1$       d.  $\frac{a}{b} = \mp 1$   
e.  $\frac{2a-b+c}{3a+2b-c} = \frac{6}{7}$       f.  $\frac{a}{10} = \frac{b}{12} = \frac{c}{15}$   
g.  $\frac{a}{5} = \frac{b}{1} = \frac{c}{6}$       h.  $\frac{a}{5} = \frac{b}{2} = \frac{c}{4}$   
i.  $a+b+c \neq 0$  olamaz.  
 $a+b+c=0$  iken  $\frac{a}{0} = \frac{b}{0} = \frac{c}{0}$  dir.  
j.  $a+b+c \neq 0$  iken  $\frac{a}{1} = \frac{b}{1} = \frac{c}{1}$  dir.  
 $a+b+c=0$  iken,  $m+n+p=0$  olmak üzere,  $\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$  olur.
6. a. 3 : 2 : 18      b. -12 : 8 : 5  
c. 6 : 9 : 10      d. -3 : 2 : 2
7.  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$  olsun.  
 $\frac{a+b}{b} \cdot \frac{b+c}{c} \cdot \frac{c+d}{d} = 64$   
 $\Rightarrow \left(\frac{a}{b} + 1\right) \left(\frac{b}{c} + 1\right) \left(\frac{c}{d} + 1\right) = 64$

$$\Rightarrow (k+1)^3 = 64 \Rightarrow k = 3 \text{ olur.}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = 3^3 \Rightarrow \frac{a}{d} = 27 \text{ bulunur.}$$

8. a.  $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{1} = \frac{x+z}{10} = \frac{x-y}{9} = \frac{x}{6} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{4}$   
 $\Rightarrow x : y : z = 6 : -3 : 4$  bulunur.

b.  $\frac{xy}{3} = \frac{yz}{-6} = \frac{xz}{4} \Rightarrow \frac{xy}{3xyz} = \frac{yz}{-6xyz} = \frac{xz}{4xyz}$   
 $\Rightarrow -6x = 4y = 3z \Rightarrow \frac{x}{-\frac{1}{6}} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$

$$\Rightarrow \frac{x}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{ bulunur.}$$

9.  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = 3 \Rightarrow \frac{2a+3b}{2b+3c} = 3$  olur.

$$\frac{2a+3b}{2b+15} = 3 \text{ ve } \frac{2a+3b}{2b+3c} = 3 \text{ ise}$$

$$3c = 15 \Rightarrow c = 5 \text{ tir.}$$

$$c = 5 \Rightarrow b = 15 \Rightarrow a = 45 \Rightarrow a + b + c = 65 \text{ bulunur.}$$

10.  $\frac{4a}{6a} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$  olduğundan,

$$\frac{4a+b+6}{6a+2c+9} = \frac{2}{3} = \frac{4a+6}{6a+9} = \frac{b}{2c} \text{ olur.}$$

$$\frac{b}{2c} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

11.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  olsun.

$$\frac{2a+c}{2b+d} + \frac{a+b}{b} + \frac{a-c}{b-d} = 7$$

$$\Rightarrow \frac{2a+c}{\frac{2b+d}{k}} + \frac{a}{\frac{b}{k}} + 1 + \frac{a-c}{\frac{b-d}{k}} = 7$$

$$\Rightarrow 3k + 1 = 7 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow \frac{c}{d} = 2 \text{ olur.}$$

## 12. I. yol

$$2x = 3y = 4z \Rightarrow \frac{2}{\frac{1}{x}} = \frac{3}{\frac{1}{y}} = \frac{4}{\frac{1}{z}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{3}{y} = \frac{4}{z} = \frac{2+3-4}{x+y+z} = \frac{1}{12} = 12$$

$$\Rightarrow x = 6, y = 4, z = 3$$

$$\Rightarrow 3x - y + 2z = 3 \cdot 6 - 4 + 2 \cdot 3 = 20 \text{ bulunur.}$$

**II. yol**

$2x = 3y = 4z$  ve Ekok(2;3;4) = 12 olduğundan  $x = 6k, y = 4k, z = 3k$  diyebiliriz.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{6k} + \frac{1}{4k} - \frac{1}{3k} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow k = 1, x = 6, y = 4, z = 3$$

$$\Rightarrow 3x - y + 2z = 3 \cdot 6 - 4 + 2 \cdot 3 = 20 \text{ bulunur.}$$

$$13. ax = by = cz = 18 \Rightarrow \frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} = 18$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} = \frac{x+y+z}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{6}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = 18$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{bc+ac+ab}{abc} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{abc}{ab+bc+ac} = 3 \text{ bulunur.}$$

$$14. x = -4; y = 2; z = -6$$

$$15. a. x = 12; y = 16; z = 24$$

$$b. x = 4; y = 8; z = 12$$

$$c. x = 20; y = -40; z = 50$$

$$d. x = 8; y = 9; z = 7$$

$$16. \frac{a-5}{3} = \frac{b+2}{4} = \frac{c+1}{5} = k \text{ ve } b < c < a$$

$$\Rightarrow a = 3k + 5, b = 4k - 2, c = 5k - 1$$

$$\text{ve } 4k - 2 < 5k - 1 < 3k + 5$$

$$\Rightarrow a = 3k + 5 \text{ ve } -1 < k < 3$$

$$\Rightarrow a = 3k + 5 \text{ ve } 2 < 3k + 5 < 14$$

$$\Rightarrow 2 < a < 14, a \in \mathbb{R} \text{ olur.}$$

$$a \in (2; 14) \text{ dır.}$$

$$17. a. \frac{\overset{①}{2a+b}}{\underset{②}{3a-2b}} = \frac{\overset{③}{x+2y}}{\underset{④}{2x-y}}$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{3 \cdot ① - 2 \cdot ②}{7b}}{\underset{2 \cdot ① + ②}{7a}} = \frac{\overset{3 \cdot ③ - 2 \cdot ④}{8y-x}}{\underset{2 \cdot ③ + ④}{4x+3y}} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4x+3y}{8y-x}$$

$$b. \frac{a}{b} = \frac{9x-5y}{17x}$$

$$18. \left\{ \left( -10, \frac{-15}{2}, -6 \right), \left( 10, \frac{15}{2}, 6 \right) \right\}$$

$$19. a. \{5\}$$

$$b. \{-3, 2\}$$

$$c. \{-5, 2\}$$

$$d. \{-3, 3\}$$

$$e. \{-1, 1, 3\}$$

$$f. \frac{\overset{①}{x^2-x+2}}{\underset{②}{x^2+6}} = \frac{\overset{③}{x^2-4x+4}}{\underset{④}{x^2-2x+12}} = \frac{\overset{①-③}{3x-2}}{\underset{②-④}{2x-6}} \text{ olur.}$$

$$\frac{\overset{①}{x^2-x+2}}{\underset{②}{x^2+6}} = \frac{\overset{⑤}{3x-2}}{\underset{⑥}{2x-6}}$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{①-②}{-x-4}}{\underset{②}{x^2+6}} = \frac{\overset{⑤-⑥}{x+4}}{\underset{⑥}{2x-6}} = \frac{0}{x^2+2x} \text{ bulunur.}$$

$$\frac{x+4}{2x-6} = \frac{0}{x^2+2x} \text{ orantısı } x+4=0 \text{ veya}$$

$$x^2+2x=0 \text{ eşitliklerini gerektirir.}$$

$$\text{Buna göre; } x_1 = -4, x_2 = -2, x_3 = 0 \text{ dır.}$$

$$\mathcal{C} = \{-4, -2, 0\} \text{ olur.}$$

$$20. a. 6 \quad b. 12$$

$$c. \text{I. } 38 \quad \text{II. } -\frac{5}{2} \quad \text{III. } x_1 = -4$$

$$d. \text{I. } -5 \quad \text{II. } -2 \quad \text{III. } \mp 3$$

$$e. 5 \quad f. \mp 3 \quad g. 8 \quad h. \mp 3$$

21.  $x^2$  çokluğu  $y$  ve  $t+2$  ile ters,  $p^3$  ve  $z$  ile doğru orantılıdır.

$y$  çokluğu  $x^2$  ve  $t+2$  ile ters,  $p^3$  ve  $z$  ile doğru orantılıdır.

$p^3$  çokluğu  $z$  ile ters;  $x^2, y$  ve  $t+2$  ile doğru orantılıdır.

z çokluğu  $p^3$  ile ters;  $x^2$ , y ve  $t+2$  ile doğru orantılıdır.

$t+2$  çokluğu  $x^2$  ve y ile ters;  $p^3$  ve z ile doğru orantılıdır.

22. a. 3, 2      b. 10, 5, 4      c. -6, 4, 3  
d. 12, 4, 3, 2

23. a. 3, 2, 1      b. 8, -6, 3  
c. 6, 4, 3, 2      d. 18, -16, 20, 21

24. a. 36; 60; 84      b. 120; 160; 180  
c. 0; 9; 15

25. a. 3000; 2000; 1200      b. 12; 18; 20  
c. 14; 0; 0

26. a. 28 lira      b. 12 gün      c. 6 gün  
d. Döşeme süresi, fayansların alanları ile ters orantılı; diğer değişkenlerle doğru orantılıdır.

8 parça yüzey x saatte döşensin.

$$\frac{8 \text{ saat}}{x \text{ saat}} = \frac{6 \text{ parça}}{8 \text{ parça}} \cdot \frac{12 \text{ m}^2}{18 \text{ m}^2} \cdot \frac{400 \text{ cm}^2}{300 \text{ cm}^2}$$

$\Rightarrow x = 12$  saat bulunur.

27. a. 9 gün      b. 8 gün      c. 6 gün  
d. Grupta x balıkçı olsun ve her birine y kg balık düşsün.

x ile y ters orantılıdır.

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 160 \\ (x+2)(y-4) = 160 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \cdot y = 160 \\ -2x + y = 4 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow x(2x+4) = 160 \Rightarrow x^2 + 2x - 80 = 0$$

$$\Rightarrow (x+10)(x-8) = 0 \Rightarrow x = 8, y = 20 \text{ olur.}$$

$$(8-3) \cdot y = 160 \Rightarrow y = 32 \text{ kg bulunur.}$$

28. a. Levhanın kütlesi, verilen değişkenlerle doğru orantılıdır. Demirden,  $x \text{ m}^2$  levha üretilsin.

$$\frac{1080}{2340} = \frac{9}{26} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{200}{x}$$

$$\Rightarrow x = 100 \text{ m}^2 \text{ bulunur.}$$

### b. I. yol

Bir pantolon x sürede, bir gömlek y sürede dikilsin.

$$2x = 3y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

Parçaların sayısı (pantolon veya gömlek), bir parçanın üretilme süresi ile ters orantılı; diğer değişkenlerle doğru orantılıdır.

Çıraklar t gömlek diksin.

$$\frac{20}{t} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{5}{2}$$

$\downarrow$  Parça sayısı       $\downarrow$  Çalışan sayısı       $\downarrow$  Çalışanların eşit sürede üretim miktarları  
 Parçalara karşılık gelen dikilme süresi      Çalışma süresi

$$\Rightarrow t = 48 \text{ gömlek bulunur.}$$

### II. yol

Birim zamanda ürettikleri işe göre

$$5 \text{ çırak} = 2 \text{ usta} \Rightarrow 8 \text{ çırak} = \frac{16}{5} \text{ usta olur.}$$

Üretilme sürelerine göre,

$$2 \text{ pant.} = 3 \text{ gömlek} \Rightarrow 20 \text{ pant.} = 30 \text{ gömlek olur.}$$

Problem aşağıdaki biçime dönüşür:

"3 usta 8 saatte 30 gömlek dikerse,

$$\frac{16}{5} \text{ usta 12 saatte } x \text{ gömlek diker.}"$$

$$\frac{30}{x} = \frac{3}{16/5} \cdot \frac{8}{12} \Rightarrow x = 48 \text{ bulunur.}$$

### c. Alınan yolu x ile gösterelim:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} \cdot \frac{k_2}{k_1} \text{ dir.}$$

$$\frac{40}{x_2} = \frac{80^2}{100^2} \cdot \frac{k/2}{k}$$

$$\Rightarrow x_2 = 125 \text{ m bulunur.}$$