

1 . B Ö L Ü M

MATEMATİK

Derginin bu sayısında **İkinci Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler ve Parabol** konusunda çözümlü sorular yer almaktadır. Bu konuda, ÖSS'de çıkan soruların çözümü için gerekli temel bilgileri ve pratik yolları, sorularımızın çözümü içinde hatırlatmayı amaçladık. ÖSS'de bu konudan ortalama 1 soru çıkmaktadır. Derginin bundan sonraki sayısında **Permütasyon, Kombinasyon ve Olasılık** konusu ele alınacaktır.

SORU

$(x+3)(4x^2-13) = 3(x+3)$ denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -12 B) -4 C) -3 D) 4 E) 12

ÇÖZÜM

$$(x+3).(4x^2-13)-3(x+3)=0$$

$$(x+3).(4x^2-13-3)=0$$

$$(x+3).(4x^2-16)=0$$

$$x+3=0 \text{ veya } 4x^2-16=0$$

$$x_1=-3 \text{ veya } x_2=2 \text{ ve } x_3=-2 \text{ olur.}$$

x değerleri çarpımı, $(-3).(-2).2=12$ bulunur.

Yanıt : E

SORU

$\frac{x-3}{x+1} - 2 \cdot \frac{x+1}{x-3} - 1 = 0$ denklemini sağlayan

x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -1 D) 0 E) 2

ÇÖZÜM

$$\frac{x-3}{x+1} = t \text{ dönüşümü yapılırsa,}$$

$$t - 2 \cdot \frac{1}{t} - 1 = 0$$

$$t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow (t-2).(t+1) = 0 \Rightarrow t_1 = 2 \text{ veya } t_2 = -1 \text{ olur.}$$

$$t_1=2 \text{ için, } \frac{x_1-3}{x_1+1} = 2 \Rightarrow x_1 = -5$$

$$t_2=-1 \text{ için, } \frac{x_2-3}{x_2+1} = -1 \Rightarrow x_2 = 1 \text{ bulunur.}$$

x değerleri toplamı, $(-5)+1=-4$ bulunur.

Yanıt : A

SORU

$\sqrt{x+3} + \frac{8}{\sqrt{x+3}} = 6$ denkleminin çözüm

kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1} B) {13} C) {1, 13}
D) {3, 5} E) {3, 13}

ÇÖZÜM

$\sqrt{x+3} = t$ dönüşümü yapılırsa,

$$t + \frac{8}{t} = 6 \Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0 \Rightarrow$$

$$(t-4)(t-2) = 0 \Rightarrow t_1=4 \text{ veya } t_2=2 \text{ bulunur.}$$

$$t_1=4 \Rightarrow x_1=13$$

$$t_2=2 \Rightarrow x_2=1 \text{ olur.}$$

Yanıt : C

SORU

$|x+5| + |x-2| = 7$ denklemini sağlayan x in tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -12 B) -9 C) 0 D) 9 E) 12

ÇÖZÜM

Kritik noktalar, $x=-5$ ve $x=2$ dir.

$$x \leq -5 \text{ için, } -x-5-x+2=7$$

$$x = -5$$

$$-5 < x < 2 \text{ için, } x+5-x+2 = 7$$

$$7 = 7 \text{ olduğundan, } (-5, 2) \text{ ara-}$$

lığındaki her tamsayı denklemi sağlar.

$$x \geq 2 \text{ için, } x+5+x-2 = 7$$

$$x = 2$$

O halde, uygun x değerleri;

$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ olur ve toplamları -12 bulunur.

Yanıt : A

SORU

$x^2-8x+m=0$ denkleminin kökleri olan x_1 ve x_2 arasında $\frac{x_1}{\sqrt{x_1}} + \frac{x_2}{\sqrt{x_2}} = 4$ bağıntısı bulunduğu göre,

m kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 22

ÇÖZÜM

$ax^2+bx+c=0$ denklemini için,

$$x_1+x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{ve} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{dır.}$$

$$\frac{x_1}{\sqrt{x_1}} + \frac{x_2}{\sqrt{x_2}} = 4 \quad \text{eşitliğin iki yanının karesini alırsak,}$$

$$x_1+x_2+2 \cdot \frac{x_1 \cdot x_2}{\sqrt{x_1 x_2}} = 16 \quad \text{bulunur.}$$

$$x_1+x_2 = -\frac{-8}{1} = 8 \quad \text{ve} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{1} = m \quad \text{değerleri eşitlikte}$$

yerine yazılırsa,

$$8 + \frac{2m}{\sqrt{m}} = 16 \Rightarrow \frac{2m}{\sqrt{m}} = 8 \Rightarrow m = 16 \quad \text{bulunur.}$$

Yanıt : C

SORU

$x^{a^2+1}-4ax+2ab+3=0$ ikinci derece denkleminin kökleri eşit olduğuna göre,

b nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

ÇÖZÜM

Denklem, ikinci dereceden bir denklem ise, $a^2+1=2$ olmalıdır.

$a=1$ veya $a=-1$ dir.

$a=1$ ise, $x^2-4x+2b+3=0$ olur.

$ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri eşitse, $\Delta=b^2-4ac=0$ olacağından, $\Delta=16-4(2b+3)=0$ $b=\frac{1}{2}$ bulunur.

$a=-1$ ise, $x^2+4x-2b+3=0$ olur.

Kökleri eşitse, $\Delta=16-4(-2b+3)=0$ $b=-\frac{1}{2}$ bulunur.

b değerleri toplamı, $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$ bulunur.

Yanıt : B

SORU

Bir kökü $4-2\sqrt{2}$ olan rasyonel katsayılı ikinci derece denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $x^2 - 8x + 12 = 0$ B) $x^2 - 8x + 10 = 0$
C) $x^2 - 8x + 8 = 0$ D) $x^2 + 8x + 8 = 0$
E) $x^2 - 8x - 8 = 0$

ÇÖZÜM

Köklerinden biri, $4-2\sqrt{2}$ olan rasyonel katsayılı ikinci derece denklemin diğer kökü, $4+2\sqrt{2}$ dir.

$$x_1+x_2=4-2\sqrt{2}+4+2\sqrt{2}=8 \quad \text{ve}$$

$$x_1 \cdot x_2=(4-2\sqrt{2}) \cdot (4+2\sqrt{2})=8 \quad \text{bulunur.}$$

Kökleri, x_1 ve x_2 olan ikinci derece denklemi, $x^2-(x_1+x_2)x+x_1 \cdot x_2=0$ olduğundan, denklem $x^2-8x+8=0$ dir.

Yanıt : C

SORU

$\frac{(x-1)(x^2-7x+6)}{4-x} \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan

kaç tane x tamsayı değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

ÇÖZÜM

$f(x) = \frac{(x-1)(x^2-7x+6)}{4-x}$ ifadesinin işaretinin değiştiği

x değerlerini bulalım:

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$x^2-7x+6=0 \Rightarrow (x-6) \cdot (x-1)=0 \Rightarrow x=6 \quad \text{veya} \quad x=1 \quad \text{olur.}$$

$$4-x=0 \Rightarrow x=4 \quad \text{bulunur.}$$

x değerleri $(-\infty, +\infty)$ aralığına yerleştirilir. $x > 6$ iken

$f(x) < 0$ olur.

$x=1$ de iki kat kök olduğundan, $f(x)$ in işareti değişmez.

Diğer **x** değerlerinde işaret değişir. $f(x)$, $x=4$ te tanımsız olduğundan, çözüm kümesine alınmaz. Bilgiler tabloda özetlenirse,

| | | | | | |
|-------------|-----------|---|---|---|-----------|
| x | $-\infty$ | 1 | 4 | 6 | $+\infty$ |
| f(x) | - | ⊕ | - | ⊖ | + |

çözüm aralığı, $\{1\} \cup (4,6]$ dir.

x in alabileceği tamsayı değerleri; 1,5 ve 6 olup 3 tane dir.

Yanıt : C

SORU

$a, b \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$x^2 - 2ax + a^2 - b^2 \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan 11 tane tam sayı varsa,

b kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

ÇÖZÜM

$f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$ denkleminin köklerini bulalım:

$$(x - a + b)(x - a - b) = 0$$

$x = a - b$ veya $x = a + b$ bulunur.

$a, b \in \mathbb{N}^+$ olduğundan, $a - b < a + b$ dir.

$x > a + b$ için, $f(x) > 0$ dir. Bilgiler tabloda özetlenirse,

| | | | | | |
|--------|-----------|-------|-------|-----------|---|
| x | $-\infty$ | $a-b$ | $a+b$ | $+\infty$ | |
| $f(x)$ | + | ○ | - | ○ | + |

çözüm aralığı, $[a-b, a+b]$ olur.

Bu aralıkta 11 tane tam sayı olduğundan,

$$a+b - (a-b) + 1 = 11 \Rightarrow b=5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt : D

SORU

$\left| \frac{2}{x-5} \right| > \frac{1}{4}$ eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x

tamsayı değeri vardır?

- A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

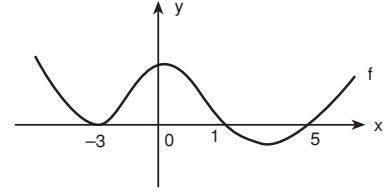
ÇÖZÜM

$$\left| \frac{2}{x-5} \right| > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2}{|x-5|} > \frac{1}{4} \Rightarrow |x-5| < 8 \text{ ve } x \neq 5 \text{ olmalıdır.}$$

$-8 < x-5 < 8 \Rightarrow -3 < x < 13$ ve $x \neq 5$ olmalıdır. $(-3, 13)$ aralığında, $13 - (-3) - 1 = 15$ tane tam sayı vardır.

$x=5$ olamayacağından, eşitsizliği sağlayan x tamsayıları, $15 - 1 = 14$ tanedir.

Yanıt : D

SORU

\mathbb{R} den \mathbb{R} ye f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\frac{9-x^2}{f(x)} \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan x tamsayı

değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM

$g(x) = \frac{9-x^2}{f(x)}$ ifadesinin işaretinin değiştiği

x değerlerini bulalım:

$$9-x^2=0 \Rightarrow x_1=3 \text{ ve } x_2=-3 \text{ tür.}$$

$$f(x)=0 \Rightarrow x_1=x_2=-3, x_3=1 \text{ ve } x_4=5 \text{ tir.}$$

$x > 5$ iken, $g(x) < 0$ olur. $g(x)$, $x = -3$, $x=1$ ve $x=5$ te tanımsız olduğundan, bu değerler çözüm kümesine alınmaz. Bilgiler tabloya taşınırsa,

| | | | | | | | | | |
|--------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|---|---|---|
| x | $-\infty$ | -3 | 1 | 3 | 5 | $+\infty$ | | | |
| $g(x)$ | - | ○ | + | ○ | - | ○ | + | ○ | - |

çözüm aralığı, $(-3, 1) \cup [3, 5]$ tir. x in alabileceği tamsayı değerleri; $-2, -1, 0, 3$ ve 4 olup toplamı, 4 tür.

Yanıt : C

SORU

$x^2 + 2(m-1)x + 9 = 0$ denkleminin reel kökleri yoktur.

Buna göre, m nin alacağı tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM

$x^2 + 2(m-1)x + 9 = 0$ denkleminde,

$a=1$, $b=2(m-1)$, $c=9$ dur.

Denklemin reel köklerinin olmaması için, $\Delta < 0$ olmalıdır.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4(m-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 < 0$$

$$m^2 - 2m - 8 < 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$m^2 - 2m - 8 = 0 \Rightarrow m_1=4 \text{ ve } m_2=-2 \text{ dir.}$$

| | | | | |
|------------|-----------|----|---|-----------|
| m | $-\infty$ | -2 | 4 | $+\infty$ |
| m^2-2m-8 | | + | - | + |

çözüm aralığı, $(-2,4)$ tür. Bu aralıktaki tamsayılar; $-1,0,1,2$ ve 3 olup toplamları, 5 tir.

Yanıt: D

SORU

$2x^2 + 3mx + 5m = 0$ denkleminin ters işaretli iki kökü x_1 ve x_2 dir. $|x_1| < |x_2|$ olduğuna göre,

aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

- A) $m < 0$ ve $x_1 < 0$ B) $m < 0$ ve $x_2 < 0$
C) $m > 0$ ve $x_1 < 0$ D) $m > 0$ ve $x_2 < x_1$
E) $m < 0$ ve $x_1 > 0$

ÇÖZÜM

$ax^2+bx+c = 0$ denkleminin kökleri ters işaretli ise, $\frac{c}{a} < 0$ dir. Bu durumda:

- a) $-\frac{b}{a} > 0$ ise, $|x_1| < |x_2|$
b) $-\frac{b}{a} < 0$ ise, $|x_1| > |x_2|$
c) $-\frac{b}{a} = 0$ ise, $|x_1| = |x_2|$ dir.

$|x_1| < |x_2|$ olduğundan,

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{5m}{2} < 0 \Rightarrow m < 0 \text{ ve}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{3m}{2} > 0 \Rightarrow x_1 < 0 \text{ olur.}$$

$m < 0$ ve $x_1 < 0$ olmalıdır.

Yanıt: A

SORU

$x^2 - (3m-2)x - 3m = 0$ denkleminin birbirinden farklı ve negatif iki kökünün olması için,

m nin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaç olmalıdır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

$ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$\Delta > 0$ olma koşuluyla, $\frac{c}{a} > 0$ ise, kökler aynı işaretlidir.

a) $-\frac{b}{a} > 0$ ise, $0 < x_1 < x_2$ dir.

b) $-\frac{b}{a} < 0$ ise, $x_1 < x_2 < 0$ dir.

$x^2 - (3m-2)x - 3m = 0$ denkleminde;

$\Delta = (3m-2)^2 + 12m = 9m^2 + 4 > 0$ dir.

$\frac{c}{a} = -3m > 0 \Rightarrow m < 0$ ve

$-\frac{b}{a} = 3m-2 < 0 \Rightarrow m < \frac{2}{3}$ olmalıdır.

$m < 0$ ve $m < \frac{2}{3}$ ise, $m < 0$ olur. Eşitsizliği sağlayan en büyük tamsayı değeri, -1 olur.

Yanıt: B

SORU

$x^2 - 3x > 2mx - \frac{1}{4}$ eşitsizliğinin çözüm kümesi tüm reel sayılar ise,

m nin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, -1)$ B) $(-1, 2)$ C) $(-1, 0)$
D) $(1, 2)$ E) $(0, 2)$

ÇÖZÜM

$f(x) = ax^2 + bx + c > 0$ eşitsizliğin çözüm kümesinin R olması için, $a > 0$ ve $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ olmalıdır.

$$x^2 - 3x > 2mx - \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 - (2m+3)x + \frac{1}{4} > 0$$

$a=1$ ve $\Delta = (2m+3)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} < 0$ ise,

$$4m^2 + 12m + 8 < 0 \Rightarrow m^2 + 3m + 2 < 0 \text{ olur.}$$

$m^2 + 3m + 2 = 0$ denkleminin kökleri

$m_1 = -2$ ve $m_2 = -1$ dir.

| | | | | |
|------------|-----------|----|----|-----------|
| m | $-\infty$ | -2 | -1 | $+\infty$ |
| m^2+3m+2 | | + | - | + |

Çözüm aralığı, $-2 < m < -1$ bulunur.

Yanıt: A

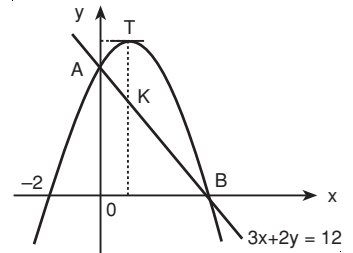
SORU

Şekilde, $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.

$y = f(x)$ parabolü ile $3x+2y = 12$ doğrusunun kesim noktaları A ve B dir.

Buna göre, |TK| kaç birimdir?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{7}{5}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{9}{4}$



ÇÖZÜM

$3x+2y=12$ denkleminde, $x=0$ iken $y=6$ dir.
A(0,6) olur.
 $y=0$ iken $x=4$ tür. B(4,0) olur.

Tepe noktasının apsisi, $r = \frac{-2+4}{2} = 1$ olur.

Parabolün denklemini kuralım:
 $f(x)=a(x+2)(x-4)$ ve $f(0)=6$ olduğundan,
 $f(0)=a.2.(-4)=6 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$ tür.

$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-4)$ olur.

$k=f(r)=f(1) = \frac{27}{4}$ tür.

Doğru denkleminde, $x=1$ iken $y = \frac{9}{2}$ dir.
K(1, $\frac{9}{2}$) olur.

$|TK| = \frac{27}{4} - \frac{9}{2} = \frac{9}{4}$ bulunur.

Yanıt : E

SORU

$y = x^2-4x+3$ parabolü ile $y = x+2$ doğrusu A ve B noktalarında kesişiyor.

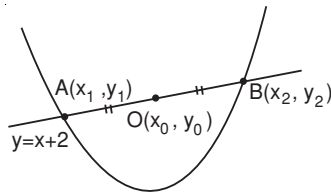
Buna göre, AB doğru parçasının orta noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{9}{2}$ C) 7 D) 9 E) 12

ÇÖZÜM

$x^2-4x+3=x+2$ ortak çözüm denkleminin kökleri parabol ile doğrunun kesim noktalarının apsileridir.

Kökler toplamının yarısı ise, AB doğru parçasının orta noktasının apsisi.



$x^2-5x+1=0$ ortak çözüm denkleminde,

$$x_0 = \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{5}{2} \text{ ve } y_0 = \frac{y_1+y_2}{2} = \frac{x_1+2+x_2+2}{2} = \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2}$$

bulunur.

$x_0+y_0 = 7$ bulunur.

Yanıt: C

SORU

$y = -2x+n-2$ doğrusu, $y = x^2-nx+n+2$ parabolüne teğet olduğuna göre,

n nin pozitif değeri kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

ÇÖZÜM

$y = -2x+n-2$ doğrusu, $y = x^2-nx+n+2$ parabolüne teğet olduğuna göre, $x^2-nx+n+2 = -2x+n-2$ ortak çözüm denkleminde, $\Delta=0$ olmalıdır.

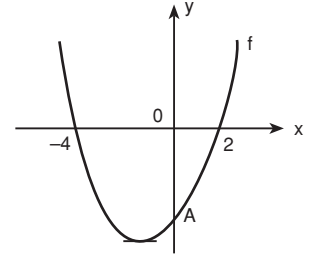
$$x^2+(2-n)x+4=0$$

$\Delta=b^2-4ac=(2-n)^2-4.1.4=0 \Rightarrow n=-2$ veya $n=6$ bulunur.
n nin pozitif değeri, 6 olur.

Yanıt: B

SORU

Şekilde, $y=f(x)$ parabolü verilmiştir. Parabolün alabileceği en küçük değer -18 ise,



A noktasının ordinatı kaçtır?

- A) -16 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

ÇÖZÜM

Parabolün tepe noktasının apsisi, $r = \frac{-4+2}{2} = -1$ dir.

Parabolün en küçük değeri, $k = f(-1) = -18$ dir.

Parabolün denklemini kuralım:

$$f(x) = a(x+4)(x-2)$$

$$f(-1) = a.3(-3) = -18 \Rightarrow a = 2$$

A noktasının ordinatı,

$$f(0) = 2.4(-2) = -16 \text{ bulunur.}$$

Yanıt: A

SORU

Üç kenarının uzunlukları toplamı 40 metre olan bir dikdörtgenin alanı en çok kaç metrekare olur?

- A) 150 B) 200 C) 250 D) 300 E) 400

ÇÖZÜM

Dikdörtgenin alanı,

$$S(x) = x(40-2x)$$

$$= -2x^2+40x \text{ fonksiyonudur.}$$

$$r = -\frac{40}{-4} = 10 \text{ ve}$$

$$S(10) = 200 \text{ bulunur.}$$

Yanıt: B

