# GEOMETRİ

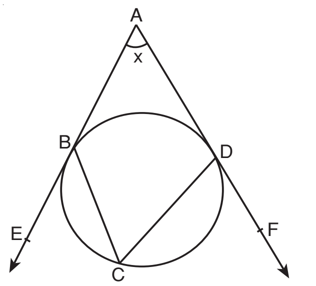
*Derginin bu sayısında **Çemberde Açılar, Kirişler Dörtgeni, Teğet ve Kiriş Özellikleri** konusunda çözümlü sorular yer almaktadır. Bu konuda, ÖSS'de çıkan soruların çözümü için gerekli temel bilgileri ve pratik yolları, sorularımızın çözümü içinde hatırlatmayı amaçladık. ÖSS'de bu konudan ortalama **3** soru çıkmaktadır. Derginin bundan sonraki sayısında **Teğet Parçaları, Teğetler Dörtgeni, İki Çemberin Karşılaştırılması** konusu ele alınacaktır.*

**SORU**

[AB ile [AD
B ve D noktalarında
çembere teğettir.

$m(\overset{\frown}{EBC}) = 60°$

$m(\overset{\frown}{CDF}) = 70°$ ise,

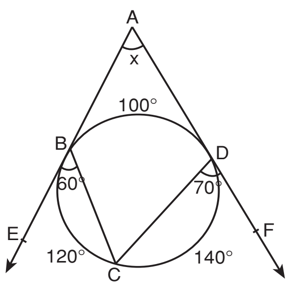



**$m(\widehat{A}) = x$ kaç derecedir?**

A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

**ÇÖZÜM 1**

EBC ve CDF açıları
birer teğet-kiriş açıdır.
• *Teğet-kiriş açının ölçüsü, çemberden ayırdığı yayın ölçüsünün yarısına eşit olduğu için;*




$m(\overset{\frown}{BC}) = 120°$ ,

$m(\overset{\frown}{CD}) = 140°$ ,

$m(\overset{\frown}{BD}) + 120° + 140° = 360°$ den

$m(\overset{\frown}{BD}) = 100°$ olur.

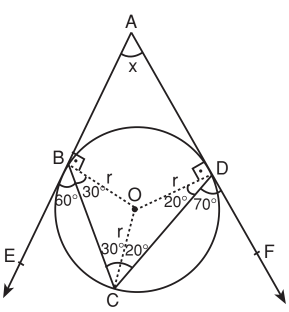
• *Bir dış açının ölçüsü, gördüğü yayların ölçüleri farkının yarısına eşit olduğundan,*

$$m(\widehat{A}) = \frac{m(\overset{\frown}{BCD}) - m(\overset{\frown}{BD})}{2}$$

$$x = \frac{260° - 100°}{2} = 80° \text{ bulunur.}$$

**ÇÖZÜM 2**

• *Teğet, değme noktasında yarıçapa diktir* özelliğinden, [BO], [DO] dikmeleri çizilir.




$m(\overset{\frown}{CBO}) = 90° - 60° = 30°$

$m(\overset{\frown}{CDO}) = 90° - 70° = 20°$ olur.

$|OB| = |OD| = |OC| = r$ den;

$m(\overset{\frown}{BCO}) = 30°$, $m(\overset{\frown}{DCO}) = 20°$ ve

$m(\overset{\frown}{BCD}) = 30° + 20° = 50°$ olur.

• *Çevre açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir teoreminden;*

$$m(\overset{\frown}{BCD}) = \frac{m(\overset{\frown}{BD})}{2} \Rightarrow 50° = \frac{m(\overset{\frown}{BD})}{2} \quad \text{ve}$$

$m(\overset{\frown}{BD}) = 100°$ olur.

• ***Not:** Bu soruda olduğu gibi, bir dış açının iki kenarı da çembere teğet ise,*

$m(\widehat{A}) + m(\overset{\frown}{BD}) = 180°$ dir.

Bu nedenle, $x + 100° = 180°$ ve $x = 80°$ bulunur.

**Yanıt : C**

***UYARI:** Sorunun iki ayrı çözümünü yaptık. Bu çözümlerde bazı temel teoremleri ve daha önceki konularda öğrendiğimiz üçgen özelliklerini kullandık.*

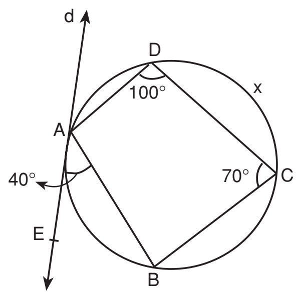
**SORU**

d doğrusu, A noktasında çembere teğettir.

$m(\overset{\frown}{EAB}) = 40°$

$m(\overset{\frown}{BCD}) = 70°$

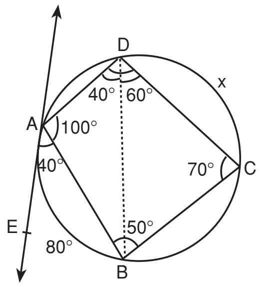
$m(\overset{\frown}{ADC}) = 100°$ ise,




**$m(\overset{\frown}{DC}) = x$ kaç derecedir?**

A) 130 B) 120 C) 110 D) 100 E) 90

**ÇÖZÜM 1**




$m(\widehat{EAB}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{AB})}{2}$

$40° = \dfrac{m(\overset{\frown}{AB})}{2}$

$m(\overset{\frown}{AB}) = 80°$ dir.

[BD] köşegeni çizilirse,

$m(\widehat{ADB}) = \dfrac{80°}{2} = 40°$ ve

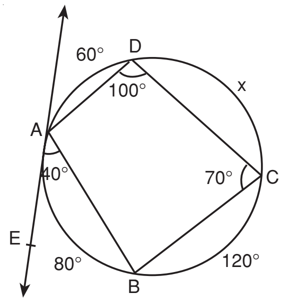
$m(\widehat{BDC}) = 100° - 40° = 60°$ olur.

BDC üçgeninde, $m(\widehat{DBC}) = 50°$ dir.

$m(\widehat{DBC}) = \dfrac{x}{2}$,

$50° = \dfrac{x}{2}$ ve $x = 100°$ bulunur.

**ÇÖZÜM 2**




Kirişler dörtgeninin özelliği kullanılmadan

$m(\overset{\frown}{AB}) = 80°$

$100° = \dfrac{80° + m(\overset{\frown}{BC})}{2}$

ve $m(\overset{\frown}{BC}) = 120°$

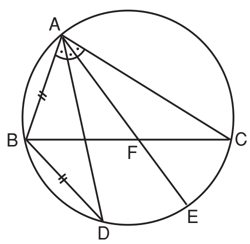
$70° = \dfrac{80° + m(\overset{\frown}{AD})}{2}$ ve $m(\overset{\frown}{AD}) = 60°$ dir.

$x + 60° + 80° + 120° = 360°$ olduğundan,

$x = 100°$ bulunur.

**Yanıt : D**

**SORU**




Şekildeki çemberde,

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAC})$

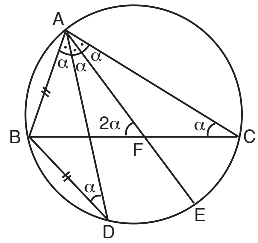
$|AB| = |BD|$

$|AB| + |AF| = 10$ cm ise,

**|BC| kaç cm dir?**

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

**ÇÖZÜM**




$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAC}) = \alpha$ ile gösterilirse,

$|AB| = |BD|$ den

$m(\widehat{BDA}) = m(\widehat{BAD}) = \alpha$

*• Aynı yayı gören çevre açılar eştir. Bu özellikten,*

$m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{BDA}) = \alpha$ bulunur.

ABF üçgeninde, $|FA| = |FC|$ olur.

BFA açısı, AFC üçgeninde dış açı olduğundan,

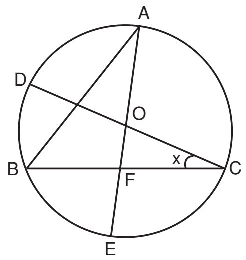
$m(\widehat{BFA}) = 2\alpha$ dır.

$$\begin{array}{r} |FB| = |AB| \\ + \; |FC| = |FA| \\ \hline \underbrace{|FB| + |FC|}_{|BC|} = |AB| + |AF| \end{array}$$

$|BC| = 10$ cm bulunur.

**Yanıt : E**

**SORU**




O merkezli çemberde,

$m(\overset{\frown}{BE}) = 30°$

$m(\widehat{AFC}) = 70°$ ise,

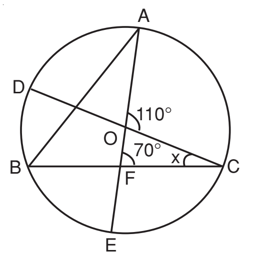
**$m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir?**

A) 35 B) 40 C) 45 D) 50 E) 55

**ÇÖZÜM**

*• Bir iç açının ölçüsü, gördüğü yayların ölçüleri toplamının yarısına eşittir. Bu nedenle;*

$$m(\widehat{AFC}) = \frac{m(\overset{\frown}{AC}) + m(\overset{\frown}{BE})}{2}$$




$$70° = \frac{m(\overset{\frown}{AC}) + 30°}{2} \quad \text{ve}$$

$m(\overset{\frown}{AC}) = 110°$ olur.

*• Bir merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğundan,*

$m(\widehat{AOC}) = 110°$ olur.

OFC üçgeninde;

$110° = 70° + x$ ve $x = 40°$ bulunur.

**Yanıt : B**

**SORU**

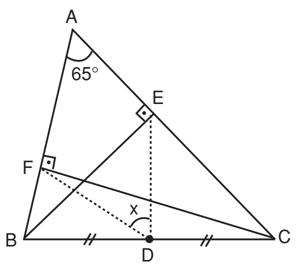
ABC üçgeninde,

[BE] ⊥ [AC]

[CF] ⊥ [AB]

|DB| = |DC|

$m(\widehat{BAC}) = 65°$ ise,



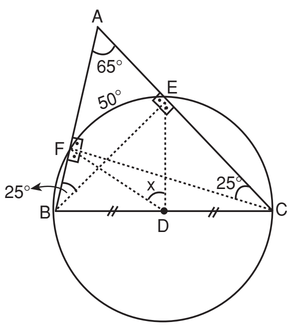

**$m(\widehat{EDF}) = x$ kaç derecedir?**

A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E)65

**ÇÖZÜM**

*• Düzlemde sabit bir [BC] doğru parçasını dik açı altında gören açıların, köşelerinin geometrik yeri [BC] çaplı çemberdir.*

*D merkezli ve [BC] çaplı çember çizilirse, bu çember E ve F noktalarından geçer.*




AFC üçgeninde,

$m(\widehat{ACF}) = 90° - 65° = 25°$

$m(\overset{\frown}{FE}) = 2 \,.\, 25° = 50°$ olur.

- *Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşit olacağından, x = 50° bulunur.*

**Yanıt : B**

***Uyarı:*** *Bu soru, üçgende açı sorusu gibi düşünülürse çözümün zor olacağı, çemberde açı sorusu olarak düşünüldüğünde ise, çözümün daha kolay olacağı açıktır.*

**SORU**

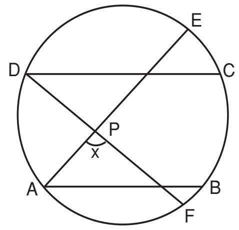
Şekildeki çemberde,

[DC] // [AB]

[AE] ∩ [DF] = {P}

$m(\overset{\frown}{DE}) = m(\overset{\frown}{EB})$

$m(\overset{\frown}{AF}) = m(\overset{\frown}{FC})$ ise,




**$m(\widehat{APF}) = x$ kaç derecedir?**

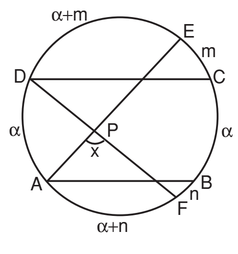
A) 90 B) 95 C) 100 D) 110 E) 120

**ÇÖZÜM**

[DC] // [AB] den

$m(\overset{\frown}{DA}) = m(\overset{\frown}{BC}) = \alpha$ dır.

$m(\overset{\frown}{EC}) = m$ ve $m(\overset{\frown}{FB}) = n$ ile gösterilirse,




$m(\overset{\frown}{DE}) = \alpha + m$ ve $m(\overset{\frown}{AF}) = \alpha + n$ olur.

Tam açı, $4\alpha + 2m + 2n = 360°$ ve

$2\alpha + m + n = 180°$ dir.

$$x = \frac{(\alpha+m)+(\alpha+n)}{2} \Rightarrow x = \frac{180°}{2} = 90° \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : A**

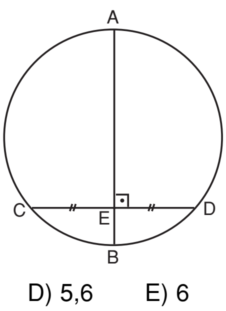
**SORU**

[AB] ⊥ [CD]

|EC| = |ED| = 4 cm

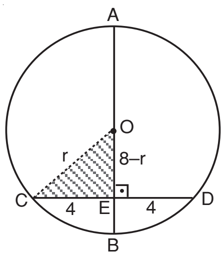
|AE| = 8 cm ise,

**çemberin yarıçapı kaç cm dir?**




A) 4,2 B) 4,8 C) 5 D) 5,6 E) 6

**ÇÖZÜM**

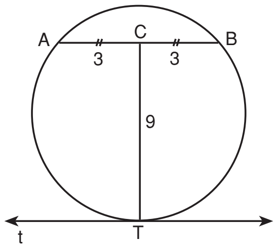



*Kirişin orta dikmesi çemberin merkezinden geçeceğinden [AB] çaptır.*

Merkezi O olmak üzere OCE üçgeni çizilir ve Pisagor bağıntısı uygulanırsa,
$r^2 = (8-r)^2 + 4^2$ ve r=5 cm bulunur.

**Yanıt : C**

**SORU**

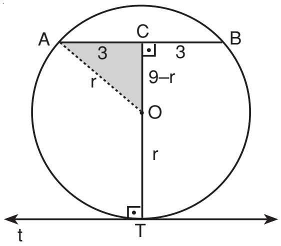



t doğrusu, çembere T de teğet
[AB] // t
|CA| = |CB| = 3 cm
|CT| = 9 cm ise,

**çemberin yarıçapı kaç cm dir?**

A) 7 B) 6,5 C) 6 D) 5,5 E) 5

**ÇÖZÜM**

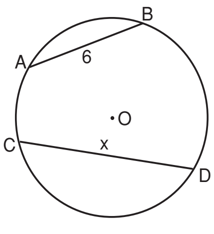



[CT] $\perp$ t olacağından [CT] çemberin merkezinden geçer.
[AB] // t olduğundan, [CT] $\perp$ [AB] dir.

OAC dik üçgeninde,
$r^2 = (9-r)^2 + 3^2$ ve r = 5 cm bulunur.

**Yanıt : E**

**SORU**

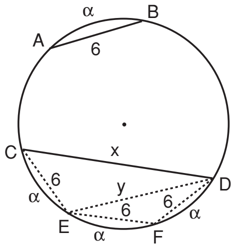



O merkezli çemberde
$m(\overset{\frown}{CD}) = 3 \cdot m(\overset{\frown}{AB})$
|AB| = 6 cm ise,

**|CD| = x tamsayı olarak <u>en çok</u> kaç cm dir?**

A) 18 B) 17 C) 14 D) 12 E) 11

**ÇÖZÜM**



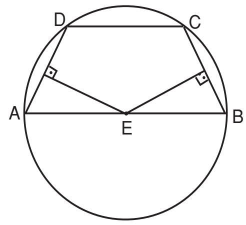

$m(\overset{\frown}{AB}) = \alpha$ alınırsa,

$m(\overset{\frown}{CD}) = 3\alpha$ olur.

$\overset{\frown}{CD}$ üç eş yaya bölünerek CE, EF, FD eş yayları elde edilir.
Eş yaylar, eş kirişler oluşturacağından
|CE| = |EF| = |FD| = 6 cm olur.
EFD üçgeninde;
y < 6+6 dan y < 12 ve y = 11 + $\varepsilon$ olur.
ECD üçgeninde;
x<6+y den x < 6+11+ $\varepsilon$ ve x <17+ $\varepsilon$ ve
X tamsayı olarak en çok 17 cm dir.

**Yanıt : B**

**SORU**

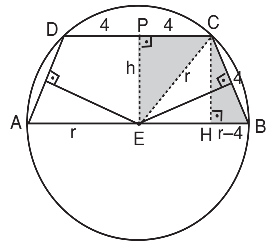



[DC] // [AB]
[AD] ve [BC] nin orta dikmeleri [AB] üzerindeki E noktasında kesişmektedir.
|DC| = 8 cm
|BC| + |AD| = 8 cm ise,

**çemberin yarıçapı kaç cm dir?**

A) 4 B) $2+2\sqrt{2}$ C) 5 D) $2+2\sqrt{3}$ E) 6

**ÇÖZÜM**




[AD] ve [BC] nin orta dikme doğruları E de kesişiyor ise, E çemberin merkezi ve [AB] çap,
|EA| = |EB| = r dir.
[DC] // [AB] den
$m(\overset{\frown}{AD}) = m(\overset{\frown}{BC})$ ve
|AD| = |BC| = 4 cm dir.

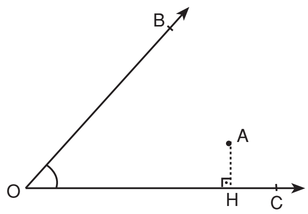
PEC dik üçgeninde, $h^2 = r^2 - 4^2$
CHB dik üçgeninde, $h^2 = 4^2 - (r-4)^2$ den
$r^2 - 4^2 = 4^2 - (r-4)^2$ ve $2r^2 - 8r - 16 = 0$
$r^2 - 4r - 8 = 0$ denklemi çözülürse,

$r = \dfrac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-8)}}{2}$ ve $r = 2+2\sqrt{3}$ cm bulunur.

**Yanıt : D**

**SORU**

Bir çember şekildeki BOC açısına teğet ve açının iç bölgesindeki A noktasından geçmektedir.
[AH] ⊥ [OC
|AH| = 2 cm ve çemberin yarıçapının [OC üzerindeki izdüşümünün uzunluğu 6 cm ise,

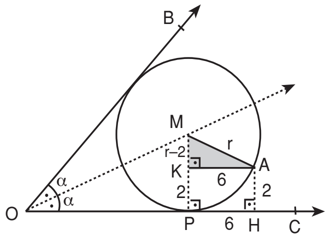



**çemberin yarıçapı kaç cm dir?**

A) 10 B) 9,5 C) 9 D) 8,5 E) 8

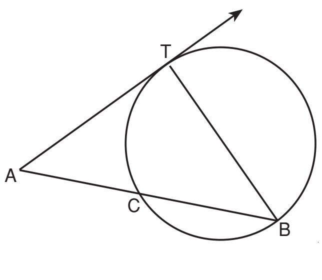
**ÇÖZÜM**

Çemberin merkezi M olsun.
|MA| = r nin izdüşümü
|PH| = 6 cm dir.
MKA dik üçgeninde,
|KA| = 6 ve
|MK| = r–2 dir.
Pisagor bağıntısı uygulanırsa,
$r^2=(r-2)^2+6^2$ ve
r = 10 cm bulunur.




**Yanıt : A**

**SORU**

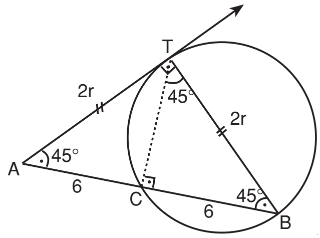



A noktasından çembere T de teğet olan [AT çizilmiştir.
|TA| = |TB| ve |AC| = |CB| = 6 cm ise,

**çemberin yarıçapı kaç cm dir?**

A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) 5 E) $4\sqrt{2}$

**ÇÖZÜM**



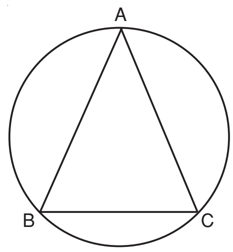

[TC] çizildiğinde, TAB ikizkenar üçgen ve
|AC| = |CB| = 6 ⇒ [TC] ⊥ [AB] olur.

$m(\overset{\frown}{TCB}) = 90^\circ$ olduğundan,
[TB] çap, [AT] ⊥ [TB] olur.
TCB ikizkenar dik üçgeninde,
$2r = 6\sqrt{2}$ ve $r = 3\sqrt{2}$ cm bulunur.

**Yanıt : C**

**SORU**

ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı 5 cm
|BC| = 6 cm dir.

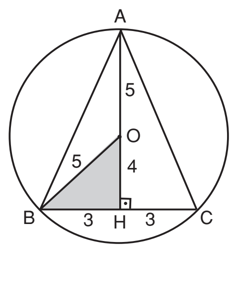



**ABC üçgeninin alanı <u>en çok</u> kaç cm$^2$ dir?**

A) 15 B) 18 C) 20 D) 25 E) 27

**ÇÖZÜM**

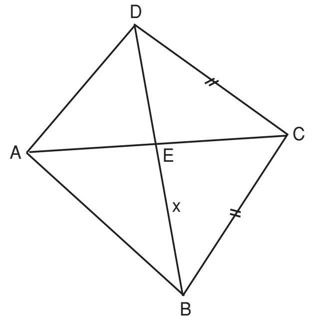
[BC] tabanlı üçgende $h_a$ ne kadar büyük olursa alan o kadar büyük olur.
En büyük kiriş çaptır.
Bu nedenle [AH] dikmesi, çemberin merkezinden geçer.
O noktası merkez olsun.
OBH dik üçgeninde,
$|OH|^2 + 3^2 = 5^2$ ve $|OH| = 4$ cm olur.
$h_a = 5 + 4 = 9$ cm dir.




$$A(ABC) = \frac{6 \cdot 9}{2} = 27 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : E**

**SORU**




ABCD dörtgeninde,

$m(\widehat{ADC}) + m(\widehat{ABC}) = 180°$

$2 . |AB| = 3 . |AD|$

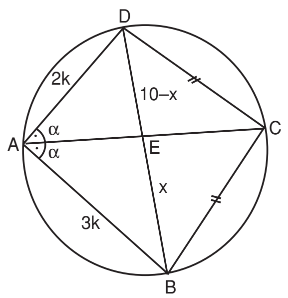
$|CD| = |CB|$

$|DB| = 10$ cm ise,

**|EB| = x kaç cm dir?**

A) 6 B) 6,4 C) 7 D) 7,2 E) 8

**ÇÖZÜM**




*• Karşılıklı açıları bütünler olan bir dörtgen kirişler dörtgenidir.*
Bu nedenle, ABCD kirişler dörtgeninin çevrel çemberi çizilirse,

$|DC| = |BC|$ den $|\overset{\frown}{DC}| = |\overset{\frown}{BC}|$ ve

$m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{CAB})$ olduğu görülür.

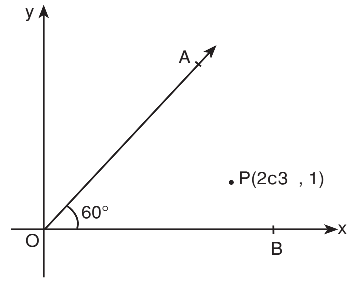
ABD üçgeninde açıortay teoreminden,

$\frac{10-x}{x} = \frac{2k}{3k}$ ve $x = 6$ cm bulunur.

**Yanıt : A**

***Uyarı:*** *ABCD nin kirişler dörtgeni olduğu görülemezse çözümün oldukça zor olacağını görünüz.*

**SORU**



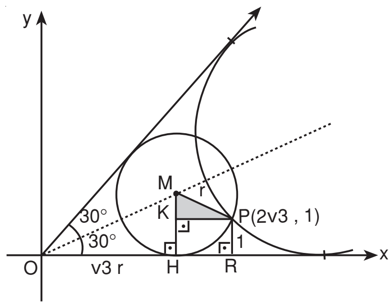

$m(\widehat{AOB}) = 60°$

$P(2\sqrt{3}, 1)$ açının iç bölgesindedir.

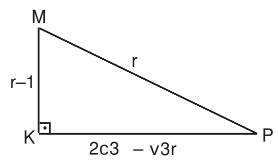
**P den geçen ve AOB açısına teğet olan çemberlerin yarıçapları toplamı kaç birimdir?**

A) 4 B) $\frac{14}{3}$ C) 5 D) $\frac{16}{3}$ E) 6

**ÇÖZÜM**




Çemberlerin merkezleri açıortay doğrusu üzerindedir.
MOH üçgeninde, $|MH| = r$ ve $|OH| = \sqrt{3} . r$ dir.
MKP üçgeni ayrıca çizilirse,




MKP üçgeninde, $|HR|=|KP|= 2\sqrt{3} - \sqrt{3}r$
$|MK| = r - |KH| = r - 1$ dir.
Pisagor bağıntısından,
$(2\sqrt{3} - \sqrt{3}r)^2 + (r-1)^2 = r^2$ den $3r^2 - 14r + 13 = 0$ denklemi elde edilir. Bu denklemin pozitif iki kökü vardır. Bu kökler P den geçen ve açıya teğet olan iki çemberin yarıçaplarıdır.
$ax^2+bx+c = 0$ denkleminin köklerinin toplamı

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ olduğundan,

$3r^2 - 14r + 13 = 0$ denkleminde

$r_1 + r_2 = \frac{14}{3}$ birim bulunur.

**Yanıt : B**