

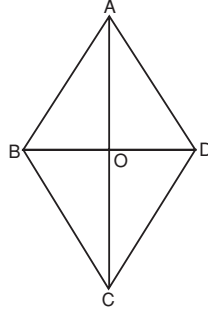
## GEOMETRİ

*Derginin bu sayısında **Dairede Alan ve Yay Bağlıları** konusunda çözümlü sorular yer almaktadır. Bu konuda, ÖSS'de çıkan soruların çözümü için gerekli temel bilgileri ve pratik yolları, sorularımızın çözümü içinde hatırlatmayı amaçladık. ÖSS'de bu konudan ortalama 3 soru çıkmaktadır. Derginin bundan sonraki sayısında **Analitik Düzlem, Noktanın Koordinatları, Doğrunun Denklemi ve Denklem Kurulması** konusu ele alınacaktır.*

### SORU

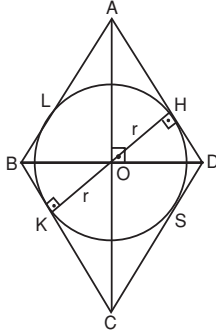
$|AC| = 16$  cm  
 $|BD| = 12$  cm ise,

**ABCD eşkenar dörtgeninin iç teğet çemberinin yarıçapı kaç cm dir?**



- A) 2,8    B) 3,6    C) 4,2    D) 4,8    E) 5,2

### ÇÖZÜM



ABCD dörtgeninin iç teğet çemberi çizilirse,

$$|HK| = 2r = h$$

$$A(ABCD) = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

$$|AO| = |OC| = 8 \text{ cm ve}$$

$$|BO| = |OD| = 6 \text{ cm dir.}$$

BOC dik üçgeninde Pisagor

bağıntısı uygulanırsa,

$$|BC| = 10 \text{ cm olur.}$$

$$A(ABCD) = |BC| \cdot h \text{ olduğundan,}$$

$$96 = 10 \cdot 2r \text{ ve } r = 4,8 \text{ cm bulunur.}$$

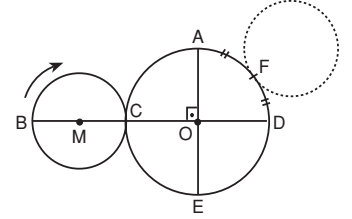
**Yanıt : D**

### SORU

M ve O merkezli çemberler, C noktasında dıştan teğettir.

$$[BD] \perp [AE]$$

$$|AE| = |FD|$$

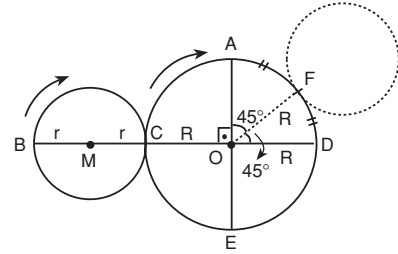


Küçük çember büyük çember üzerinde ok yönünde kaymadan yarım tur döndüğünde B ve F noktaları üst üste geliyor.

**Buna göre, ilk durumda  $\frac{|BM|}{|MD|}$  oranı kaçtır?**

- A)  $\frac{3}{8}$     B)  $\frac{1}{3}$     C)  $\frac{3}{10}$     D)  $\frac{3}{11}$     E)  $\frac{1}{4}$

### ÇÖZÜM



$$|MB| = |MC| = r$$

$$|OC| = |OD| = R \text{ olsun.}$$

$$|AE| = |FD| \text{ olduğundan,}$$

$$m(\widehat{COF}) = 135^\circ \text{ dir.}$$

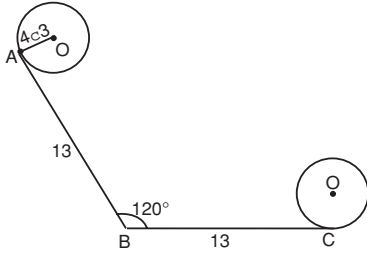
$$|BC| = |CF| \text{ olduğundan,}$$

$$\frac{2\pi r}{2} = \frac{2\pi \cdot R \cdot 135^\circ}{360^\circ} \text{ ve } R = \frac{4r}{3} \text{ olur. } |CD| = 2R \text{ ise,}$$

$$|CD| = \frac{8r}{3} \text{ ve } |MD| = \frac{8r}{3} + r = \frac{11r}{3} \text{ olur.}$$

$$\text{O halde, } \frac{|BM|}{|MD|} = \frac{r}{\frac{11r}{3}} = \frac{3}{11} \text{ olur.}$$

**Yanıt : D**

**SORU**

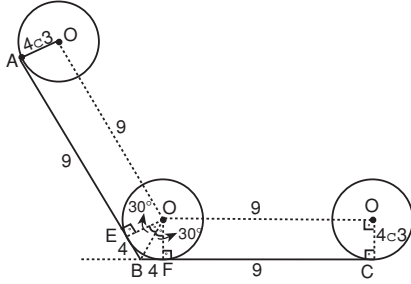
Aralarında  $120^\circ$  lik açı bulunan iki düzlemden biri üzerindeki A noktasından O merkezli çember, kaymadan dönerek C noktasına geliyor.

$$|AB| = |BC| = 13 \text{ cm}$$

$$|OA| = 4\sqrt{3} \text{ cm ise,}$$

çemberin merkezinin aldığı yol kaç cm dir?

- A) 18    B) 20    C) 22    D) 24    E) 26

**ÇÖZÜM**

O merkezli çember dönerek B köşesine geldiğinde

$$m(\widehat{EOB}) = m(\widehat{FOB}) = 30^\circ$$

EOB ve FOB üçgenleri  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  üçgenleridir.

$$|OE| = |OF| = 4\sqrt{3} \text{ cm ise,}$$

$$|EB| = |BF| = 4 \text{ cm olur.}$$

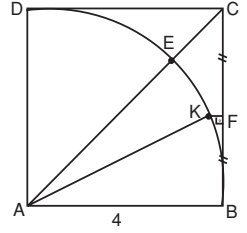
$$|AE| = |FC| = 13 - 4 = 9 \text{ cm olur.}$$

Çemberin merkezinin aldığı yol:  $9 + 9 = 18 \text{ cm}$  bulunur.

**Yanıt : A**

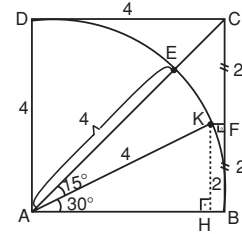
**SORU**

ABCD karesinde  
A merkezli BD yayı  
çizilmiştir.  
 $[KF] \perp [BC]$   
 $|CF| = |FB|$   
 $|AB| = 4 \text{ cm}$  ise,



$|EK|$  kaç cm dir?

- A)  $\frac{\pi}{6}$     B)  $\frac{\pi}{3}$     C)  $\frac{\pi}{2}$     D)  $\frac{2\pi}{3}$     E)  $\pi$

**ÇÖZÜM**

$[KH] \perp [AB]$  çizilirse,

$$|KH| = |FB| = 2 \text{ cm}$$

$$|AK| = |AE| = 4 \text{ cm (yarıçap)}$$

AHK dik üçgeninde

$$|KH| = \frac{|AK|}{2} \text{ olduğundan,}$$

$$m(\widehat{KAH}) = 30^\circ \text{ olur.}$$

$$m(\widehat{CAK}) = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ \text{ dir.}$$

$$\text{EK yayının uzunluğu} = \frac{15^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 4 = \frac{\pi}{3} \text{ cm bulunur.}$$

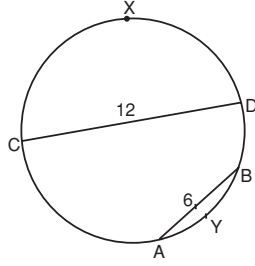
**Yanıt : B**

**Uyarı:** Çember ve daire konusunda; uzunluk sorularının dik üçgen oluşturarak çözülebildiğine ve çemberin merkezinin üçgenin bir köşesi, yarıçapının da bir kenar olması gerektiğine dikkat etmek gerekir.

**SORU**

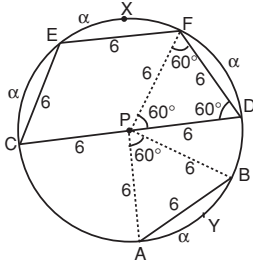
Şekildeki çemberde,  
 $m(\widehat{CXD}) = 3 \cdot m(\widehat{AYB})$   
 $|AB| = 6$  cm  
 $|CD| = 12$  cm ise,

$|CXD| + |AYB|$  toplamı kaç  $\pi$  cm dir?



- A) 3    B) 4    C) 6    D) 8    E) 9

**ÇÖZÜM**



$m(\widehat{AYB}) = \alpha$  olsun.  
 $m(\widehat{EC}) = m(\widehat{EF}) = m(\widehat{FD}) = \alpha$  alınarak  
 CXD yayı üç eş parçaya bölünürse, eş yayların kirisle-ri eş olacağından,  
 $|AB| = |CE| = |EF| = |FD| = 6$  cm olur.  
 $[FP] \parallel [EC]$  çizilirse,  $|EF| = |CP| = 6$ ,  $|EC| = |FP| = 6$  ve  
 $|PD| = 12 - 6 = 6$  cm olacağından FPD eşkenar üçgen olur.  
 $\alpha = 60^\circ$  ve  $3\alpha = 180^\circ$  olduğundan  $[CD]$  çap ve P merkezdir.

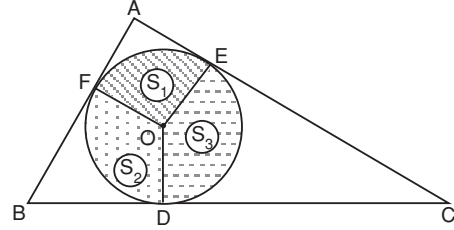
$\triangle PAB \cong \triangle PDF$  ve  $PAB$  eşkenar üçgen olur.

$$|CXD| + |AYB| = \frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 6 + \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 6$$

$$= 6\pi + 2\pi = 8\pi \text{ cm bulunur.}$$

**Yanıt : D**

**SORU**

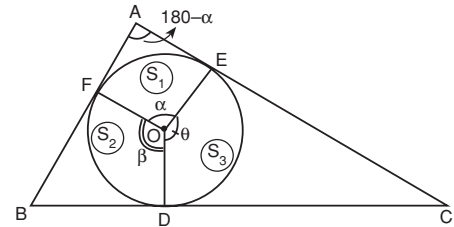


ABC üçgeninde O, iç teğet çemberin merkezi;  
 D, E, F değme noktaları;  $S_1, S_2$  ve  $S_3$  içinde bulundu-  
 ları daire dilimlerinin alanlarıdır.  
 $S_1 : S_2 : S_3 = 8 : 11 : 17$  olduğuna göre,

$m(\widehat{BAC})$  kaç derecedir?

- A) 80    B) 90    C) 100    D) 110    E) 120

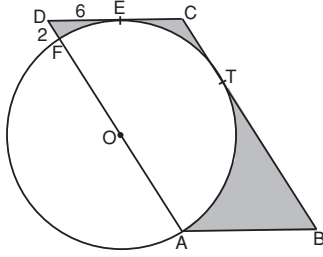
**ÇÖZÜM**



Çemberde merkez açılar:  
 $m(\widehat{FOE}) = \alpha$ ,  $m(\widehat{FOD}) = \beta$ ,  
 $m(\widehat{EOD}) = \theta$  olsun.  
 $S_1$  alanı  $\alpha$  ile,  
 $S_2$  alanı  $\beta$  ile,  
 $S_3$  alanı  $\theta$  ile orantılıdır.  
 Tüm çember yayının ölçüsü  $360^\circ$  dir.  
 O halde;  
 $\alpha = 8k$   
 $\beta = 11k$   
 $\theta = 17k$   
 $360^\circ = 36k \Rightarrow k = 10^\circ$  ve  $\alpha = 8 \cdot 10^\circ = 80^\circ$  olur.  
 $m(\widehat{FAE}) + m(\widehat{FOE}) = 180^\circ$  olduğundan,  
 $m(\widehat{BAC}) = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$  bulunur.

**Yanıt : C**

**SORU**



ABCD paralelkenardır.

O merkezli çemberde T ve E noktaları teğetlerin değme noktaları

$|DE| = 6$  cm

$|DF| = 2$  cm ise,

**taralı alanlar toplamı kaç  $cm^2$  dir?**

- A)  $72-16\pi$       B)  $108-16\pi$       C)  $144-16\pi$   
D)  $144-32\pi$       E)  $72-12\pi$

**ÇÖZÜM**

[OE] ve [OT] çizilirse, yarıçap teğete değme noktasında dik olacağından, OED dik üçgen olur.

$$(r+2)^2 = r^2 + 6^2$$

ve  $r = 8$  cm

Paralelkenarın bir kenarı,

$|AD| = 18$  cm ve bu kenara ait yüksekliği,

$|OT| = r = 8$  cm ise,

Taralı alan:  $18 \cdot 8 - \frac{\pi \cdot 8^2}{2} = 144 - 32\pi$   $cm^2$  bulunur.

**Yanıt : D**

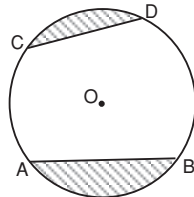
**SORU**

O merkezli çemberde,

$m(\widehat{AC}) + m(\widehat{BD}) = 180^\circ$

$|AB| = 16$  cm

$|CD| = 12$  cm ise,



**taralı bölgelerin alanları toplamı kaç  $cm^2$  dir?**

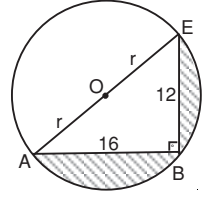
- A)  $100\pi-96$       B)  $100\pi-48$       C)  $50\pi-96$   
D)  $50\pi-48$       E)  $50\pi-24$

**ÇÖZÜM**

$m(\widehat{AC}) + m(\widehat{BD}) = 180^\circ$  olduğundan,

$m(\widehat{CD}) + m(\widehat{AB}) = 180^\circ$  olur.

Çemberde eş kirişler, eş yaylar ayıracağından,  $|CD| = |BE|$  olacak şekilde EBA üçgenini çizelim.



[AE] çap, çapı gören çevre açının ölçüsü  $90^\circ$  olacağından,

$$|AE|^2 = 16^2 + 12^2 \Rightarrow |AE| = 20 \text{ cm ve } r = 10 \text{ cm dir.}$$

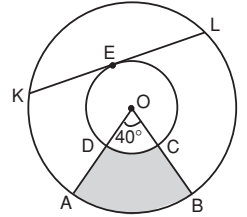
$$\begin{aligned} \text{Taralı bölgelerin alanları toplamı} &= \frac{\pi \cdot 10^2}{2} - \frac{16 \cdot 12}{2} \\ &= 50\pi - 96 \text{ cm}^2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

**Yanıt : C**

**SORU**

[KL], O merkezli çemberlerden içtekinin E noktasında teğettir.  $|KL| = 6$  birim

$m(\widehat{AOB}) = 40^\circ$  ise,

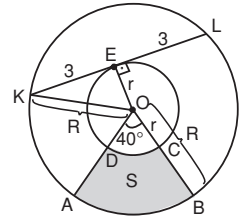


**taralı alan kaç  $\pi$  birimkaredir?**

- A) 1      B)  $\frac{3}{2}$       C) 2      D)  $\frac{5}{2}$       E) 3

**ÇÖZÜM**

[KL] içteki çemberin teğeti ve büyük çemberin kirişidir. [OE]  $\perp$  [KL] ve  $|KE| = |EL| = 3$  birimdir.



KOE dik üçgeninde  $R^2 - r^2 = 9$  ve

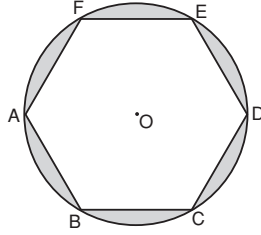
$$S = \frac{40^\circ}{360^\circ} (\pi R^2 - \pi r^2) = \frac{40^\circ}{360^\circ} \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

$$S = \frac{\pi \cdot 9}{9} = \pi \text{ birimkare bulunur.}$$

**Yanıt : A**

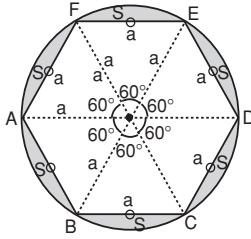
**SORU**

O merkezli daire, ABCDEF düzgün altıgenin köşelerinden geçmektedir.



Taralı alanlar toplamı  $(36\pi - 54\sqrt{3})$  birimkare ise, altıgenin çevresi kaç birimdir?

- A) 18      B) 24      C) 32      D) 36      E) 48

**ÇÖZÜM**

Dairede eş kirislerin ayırdığı alanlar eşit olduğundan taralı alanlar toplamı 6S

$$S = \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot a^2 - \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi a^2}{6} - \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$6S = 6 \cdot \left( \frac{\pi \cdot a^2}{6} - \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \right) = \pi \cdot a^2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = a^2 \left( \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right)$$

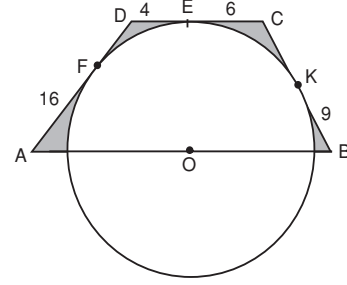
$$6S = 36\pi - 54\sqrt{3} \text{ (verilmişti) eşitleyelim.}$$

$$a^2 \left( \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right) = 36\pi - 54\sqrt{3} = 36 \left( \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$a^2 = 36 \text{ ve } a = 6 \text{ birim olur.}$$

$$\text{Ç}(ABCDEF) = 6 \cdot 6 = 36 \text{ birim bulunur.}$$

**Yanıt : D**

**SORU**

O merkezli çember ABCD yamuğunun kenarlarına F, E, K noktalarında teğettir.

$$|DE| = 4 \text{ cm}$$

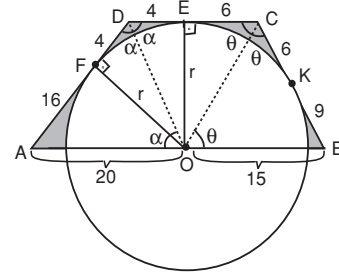
$$|CE| = 6 \text{ cm}$$

$$|AF| = 16 \text{ cm}$$

$$|BK| = 9 \text{ cm ise,}$$

taralı alanlar toplamı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A)  $108-16\pi$       B)  $108-32\pi$       C)  $270-18\pi$   
D)  $270-36\pi$       E)  $270-72\pi$

**ÇÖZÜM**

$$[AB] \parallel [DC]$$

$$[DO] \text{ ve } [CO] \text{ açıortay}$$

$$|DE| = |DF| = 4 \text{ cm}$$

$$|CE| = |CK| = 6 \text{ cm}$$

$$m(\widehat{CDO}) = m(\widehat{DOA}) \text{ (iç ters açı)}$$

$$|AO| = |AD| = 20 \text{ cm}$$

$$m(\widehat{DCO}) = m(\widehat{COB}) \text{ (iç ters açı)}$$

$$|BC| = |OB| = 15 \text{ cm ve } |AB| = 35 \text{ cm dir.}$$

$$\text{FAO dik üçgeninde } 20^2 = 16^2 + r^2 \text{ ve } r = 12 \text{ cm olur.}$$

$$\text{Taralı alanlar toplamı} = A(\text{DABC}) - \text{Yarım daire alanı}$$

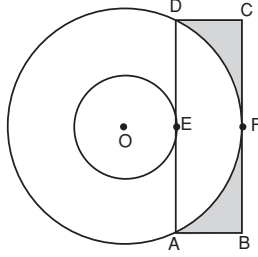
$$= \frac{(35 + 10)}{2} \cdot 12 - \pi \cdot \frac{12^2}{2}$$

$$= 270 - 72\pi \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : E**

### SORU

ABCD dikdörtgeninin [AD] ve [BC] kenarları O merkezli çemberlere E ve F de teğettir. Dairelerin yarıçapları 3 cm ve 6 cm ise,

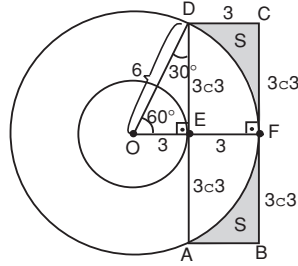


taralı alanlar toplamı kaç cm<sup>2</sup> dir?

- A)  $18\sqrt{3} - 6\pi$       B)  $24\sqrt{3}$       C)  $24\sqrt{3} - 3\pi$   
D)  $27\sqrt{3} - 12\pi$       E)  $36\sqrt{3}$

### ÇÖZÜM

Taralı alanlar toplamı 2S olsun.  
O, E, F doğrusaldır.  
[AD] teğet ve [OE] ⊥ [AD]  
[BC] teğet ve [OF] ⊥ [BC] dir.  
|OE| = 3 cm  
|OF| = |OD| = 6 cm dir.  
DOE üçgeni 30°, 60°, 90° dik üçgeni olduğundan,  
|ED| =  $3\sqrt{3}$  cm olur.  
S = A (DOFC) – (DOF diliminin alanı)



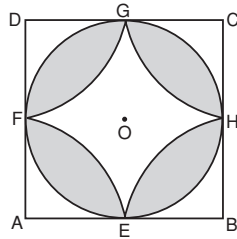
$$S = \left(\frac{6+3}{2}\right) \cdot 3\sqrt{3} - \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \cdot 6^2 = \frac{27\sqrt{3}}{2} - 6\pi$$

$$2S = 2 \cdot \left(\frac{27\sqrt{3}}{2} - 6\pi\right) = 27\sqrt{3} - 12\pi \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt : D

### SORU

ABCD kare  
|AB| = 6 cm  
olduğuna göre,



ABCD karesinin iç teğet çemberi ile A, B, C ve D merkezli dörtte bir eş çemberlerin oluşturduğu taralı bölgelerin alanları toplamı kaç cm<sup>2</sup> dir?

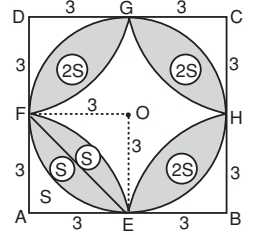
- A)  $18(\pi-2)$       B)  $18(\pi-3)$       C)  $36(\pi-3)$   
D)  $36(\pi-2)$       E)  $9(\pi-2)$

### ÇÖZÜM

[OF] ve [OE] çizilirse, AEOF kare olur.

$$S = \frac{90^\circ}{360^\circ} \pi \cdot 3^2 - \frac{3 \cdot 3}{2}$$

$$S = \frac{9\pi - 18}{4}$$

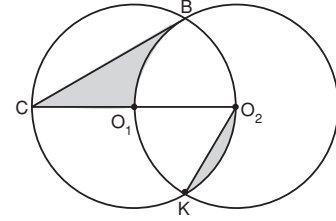


Tüm taralı alanlar toplamı: 8S

$$8S = 8 \cdot \left(\frac{9\pi - 18}{4}\right) = 2 \cdot 9 (\pi - 2) = 18(\pi - 2) \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

Yanıt : A

### SORU

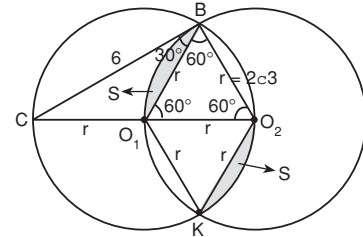


O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub> merkezli eş çemberler K ve B de kesişmektedir.

|BC| = 6 birim ise, taralı alanlar toplamı kaç birim-karedir?

- A)  $6\sqrt{3}$       B) 6      C)  $3\sqrt{3}$       D)  $3\sqrt{2}$       E) 3

### ÇÖZÜM



BO<sub>1</sub>KO<sub>2</sub>; kenar uzunlukları r kadar olan eşkenar dörtgendir. BO<sub>1</sub>O<sub>2</sub> ve O<sub>1</sub>KO<sub>2</sub> eş eşkenar üçgenlerdir.

BCO<sub>2</sub> 30°, 60°, 90° dik üçgeni olur.

|BC| = 6 ise, r = |O<sub>2</sub>B| =  $2\sqrt{3}$  birimdir.

[KO<sub>2</sub>] kirişli daire parçasının alanı, [O<sub>1</sub>B] kirişli daire parçasının alanına eşittir. Öyleyse taralı alanların toplamı BCO<sub>1</sub> üçgeninin alanına eşittir.

$$A(BCO_1) = \frac{1}{2} \cdot A(BCO_2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{6 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ birimkare bulunur.}$$

Yanıt : C