

GEOMETRİ

Derginin bu sayısında **Analitik Düzlem, Noktanın Koordinatları, Doğru Denklemi ve Denklemin Kurulması** konusunda çözümlü sorular yer almaktadır. Bu konuda, ÖSS'de çıkan soruların çözümü için gerekli temel bilgileri ve pratik yolları, sorularımızın çözümü içinde hatırlatmayı amaçladık. ÖSS'de bu konudan ortalama 3 soru çıkmaktadır. Derginin bundan sonraki sayısında **Nokta, Doğru, İki Doğru, Simetri, Taralı Bölgeler** konusu ele alınacaktır.

SORU

A(a, b-a) analitik düzlemin II. bölgesinde ise B(a-b, a+b) noktası aşağıdakilerden kaç tanesinde bulunabilir?

- I) Ox ekseninde
- II) Oy ekseninde
- III) I. bölgede
- IV) II. bölgede
- V) III. bölgede
- VI) IV. bölgede

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

ÇÖZÜM

$A(a, b-a)$ II. bölgede olduğundan
 \downarrow \downarrow
 $(-)$ $(+)$

$$a < 0, \quad b - a > 0 \\ b > a$$

$B(a-b, a+b)$
 \downarrow
 $(-)$

(küçük sayıdan büyük sayı çıkarsa sonuç $(-)$ olur.)

$$\begin{array}{c|c|c} \begin{array}{c} b > a \\ \downarrow \\ (-) \end{array} & \begin{array}{c} a > b \\ \downarrow \\ (-) \end{array} & \begin{array}{c} a > b \\ \downarrow \\ (-) \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} b > a \\ \downarrow \\ (+) \end{array} & \begin{array}{c} a > b \\ \downarrow \\ (-) \end{array} & \begin{array}{c} a > b \\ \downarrow \\ (+) \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} b > a \\ \downarrow \\ (-) \end{array} & \begin{array}{c} a > b \\ \downarrow \\ (+) \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} b > a \\ \downarrow \\ (-) \end{array} & \begin{array}{c} a > b \\ \downarrow \\ (+) \end{array} \end{array}$$

olabilir. Yani:

$$B(a-b, a+b) \begin{cases} B(-, -) & \text{III. bölgede} \\ B(-, +) & \text{II. bölgede} \\ B(-, 0) & \text{x ekseninde} \end{cases}$$

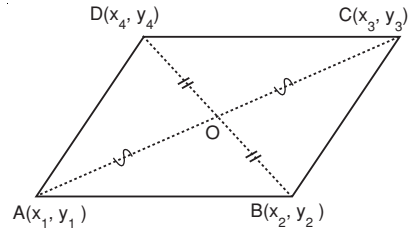
Yanıt : B

SORU

ABCD paralelkenarında A(5, 2), B(7, -1), C(p, k) ve D(-3, 5) ise |AC| uzunluğu kaç birimdir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM



O, [AC] ve [BD] nin orta noktası olduğundan

$$x_1 + x_3 = x_2 + x_4$$

$$y_1 + y_3 = y_2 + y_4 \text{ olur.}$$

$$5 + p = 7 + (-3)$$

$$2 + k = (-1) + 5$$

$$p = -1$$

$$k = 2$$

(p, k öteleme yoluyla da bulunabilir.)

A(5, 2), C(-1, 2) ise,

iki nokta arasındaki uzaklıktan

$$|AC| = \sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2}$$

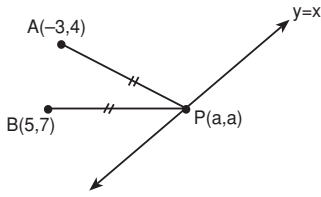
$$|AC| = \sqrt{(5 - (-1))^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{6^2} = 6 \text{ bulunur.}$$

Yanıt : C

SORU

$A(-3, 4)$, $B(5, 7)$ noktalarına eşit uzaklıkta olan ve $y = x$ doğrusu üzerinde bulunan noktanın apsisi kaçtır?

- A) $\frac{41}{20}$ B) $\frac{35}{19}$ C) $\frac{37}{30}$ D) $\frac{49}{22}$ E) $\frac{17}{24}$

ÇÖZÜM 1

$|AP| = |BP|$ olmalıdır.

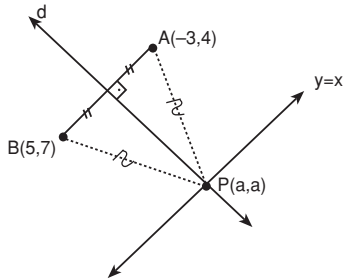
$P(a, a)$ olsun

$$\sqrt{(a+3)^2 + (a-4)^2} = \sqrt{(a-5)^2 + (a-7)^2}$$

$$a^2 + 6a + 9 + a^2 - 8a + 16 = a^2 - 10a + 25 + a^2 - 14a + 49$$

$$-2a + 25 = -24a + 74$$

$$22a = 49 \quad , \quad a = \frac{49}{22}$$

ÇÖZÜM 2 (YOL GÖSTERME)

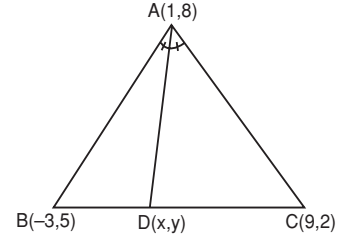
Aranan $P(a, a)$ noktasının $[AB]$ nin orta dikmesi olan d doğrusu ile $y = x$ doğrusunun kesiştiği nokta olduğu düşünülebilir.

Yanıt : D

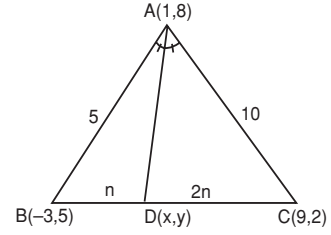
SORU

Şekildeki ABC üçgeninde $[AD]$ açıortaydır.

Buna göre, $D(x, y)$ noktası aşağıdakilerden hangisidir?



- A) (1, 4) B) (1, 2) C) (2, 3) D) (3, 2) E) (4, 1)

ÇÖZÜM

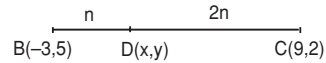
$$|AB| = \sqrt{(1+3)^2 + (8-5)^2} = 5$$

$$|AC| = \sqrt{(1-9)^2 + (8-2)^2} = 10$$

açıortay özelliğinden,

$$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|BD|}{|DC|} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{|BD|}{|DC|} = \frac{1}{2}$$



$$3n \text{ de } 12 \text{ artış} \rightarrow n \text{ de } 4 \text{ artar, } x = -3+4 = 1$$

$$3n \text{ de } 3 \text{ azalmış} \rightarrow n \text{ de } 1 \text{ azalır, } y = 5-1 = 4$$

$D(1,4)$ bulunur.

Yanıt : A

SORU

$A(3, -1)$, $B(-2, 1)$, $C(5, 1)$ ise

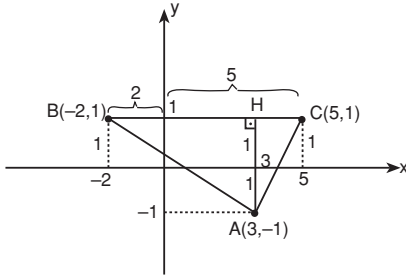
ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

ÇÖZÜM 1

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \\ 5 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot | [3+ (-2) + (-5)] - [2 + 5 + 3] |$$
$$= \frac{1}{2} \cdot |-4 - 10| = \frac{1}{2} \cdot |-14| = \frac{14}{2} = 7 \text{ birimkaredir.}$$

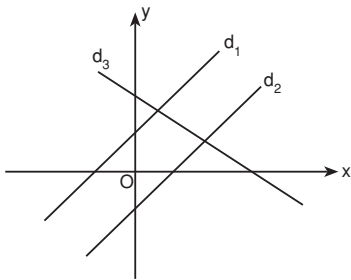
ÇÖZÜM 2



$$|AH| = 1 + 1 = 2$$
$$|BC| = 2 + 5 = 7$$
$$A(ABC) = \frac{|BC| \cdot |AH|}{2} = \frac{2 \cdot 7}{2} = 7 \text{ birimkaredir.}$$

Yanıt : C

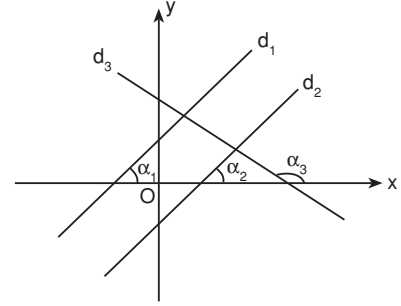
SORU



Şekildeki xOy dik koordinat sisteminde şekilde verilenlere göre $d_1 \parallel d_2$ dir. d_1, d_2, d_3 doğrularının eğimleri sırasıyla m_1, m_2, m_3 ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $m_1 = m_2 < m_3$ B) $m_1 < m_2 < m_3$
C) $m_3 < m_2 = m_1$ D) $m_3 < m_2 < m_1$
E) $m_1 = m_3 < m_2$

ÇÖZÜM



eğim = $m = \tan \alpha$
 $d_1 \parallel d_2$ olduğundan $\alpha_1 = \alpha_2$ dir.
 $m_1 = m_2 = \tan \alpha_1$ ($\alpha_1 = \text{dar açı}$)
↓ (+) $m_1 = m_2 > 0$
 $m_3 = \tan \alpha_3$ ($\alpha_3 = \text{geniş açı}$)
↓ (-) $m_3 < 0$
O halde $m_3 < m_2 = m_1$ dir.

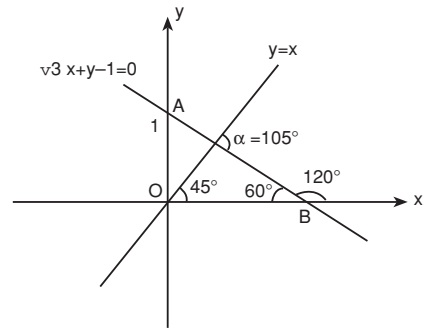
Yanıt : C

SORU

$y = x$ ve $\sqrt{3}x + y - 1 = 0$ doğruları arasındaki geniş açı kaç derecedir?

- A) 100 B) 105 C) 115 D) 120 E) 150

ÇÖZÜM



$\sqrt{3}x + y - 1 = 0$ doğrusu
 $y = -\sqrt{3}x + 1$ şeklinde yazılırsa
 $m = -\sqrt{3} = \tan 120^\circ$ olur.
Bu doğru x eksenine pozitif yönde 120° lik açı yapar.
 $y = x$ doğrusu ise 45° lik açı yaptığından aranan açı $\alpha = 105^\circ$ olarak bulunur.

Yanıt : B

SORU

$A(2m - 2, m + 5)$ noktası koordinat eksenlerine eşit uzaklıkta ise,

m yerine gelebilecek farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

A noktası koordinat eksenlerine eşit uzaklıkta ise ya $y = x$ veya $y = -x$ doğrusu üzerindedir.

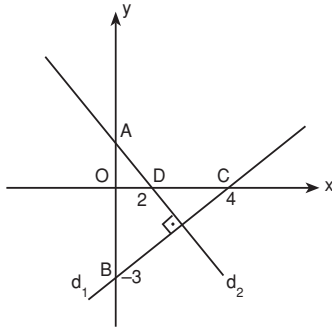
$$y = x \text{ üzerinde ise } 2m - 2 = m + 5 \\ m = 7$$

$$y = -x \text{ üzerinde ise } 2m - 2 = -(m + 5) \\ m = -1$$

$$7 + (-1) = 6 \text{ olur.}$$

Yanıt : C

SORU



Şekildeki dik koordinat sisteminde $d_1 \perp d_2$ ise,

|AB| uzunluğu kaç birimdir?

- A) 4 B) 5 C) $\frac{14}{3}$ D) $\frac{15}{2}$ E) $\frac{17}{3}$

ÇÖZÜM 1

d_1 doğrusu $C(4, 0)$, $B(0, -3)$ noktalarından geçiyor.

$$\text{eğimi } m_1 = \frac{0 - (-3)}{4 - 0} = \frac{3}{4} \text{ tür.}$$

d_2 nin eğimi m_2 olsun.

$d_1 \perp d_2$ olduğundan

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ olmalıdır.}$$

$$\frac{3}{4} \cdot m_2 = -1, \quad m_2 = -\frac{4}{3} \text{ olur.}$$

d_2 . $D(2, 0)$ noktasından geçiyor ve eğimi $-\frac{4}{3}$ olan d_2 doğrusunun denklemi

$$y - 0 = -\frac{4}{3}(x - 2)$$

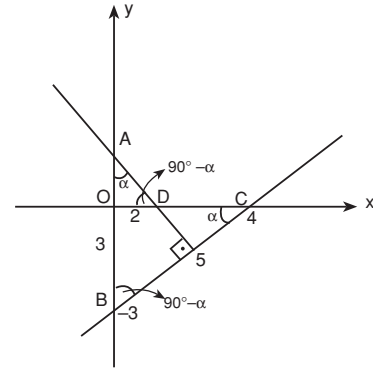
$$4x + 3y - 8 = 0 \text{ olur.}$$

$$x = 0 \text{ için } 4 \cdot 0 + 3y - 8 = 0, \quad y = \frac{8}{3} \text{ olduğundan}$$

$$A(0, \frac{8}{3}) \text{ bulunur.}$$

$$|AB| = \left| \frac{8}{3} - (-3) \right| = \frac{17}{3} \text{ bulunur.}$$

ÇÖZÜM 2



$$\triangle AOD \sim \triangle COB \text{ (A.A.)}$$

$$\frac{|AO|}{|CO|} = \frac{|OD|}{|OB|}$$

$$\frac{|AO|}{4} = \frac{2}{3}$$

$$|AO| = \frac{8}{3}$$

$$|AB| = |AO| + |OB|$$

$$= \frac{8}{3} + 3 = \frac{17}{3} \text{ bulunur.}$$

Yanıt : E

SORU

$2x - 3y + 3 = 0$ ve $kx - 2y - 9 = 0$ doğruları $y = x$ doğrusu üzerinde kesiştiklerine göre k kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y + 3 = 0 \\ kx - 2y - 9 = 0 \\ y = x \end{array} \right\} \text{ doğruları aynı noktada kesişir.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y + 3 = 0 \\ y = x \end{array} \right\} \text{ ortak çözüm yapılırsa}$$

$$2x - 3x + 3 = 0$$

$$x = 3, \quad y = 3 \text{ kesiştikleri nokta } A(3, 3) \text{ olur.}$$

$A(3, 3)$ noktası $kx - 2y - 9 = 0$ üzerinde olduğundan doğru denklemini sağlar.

$$k \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 9 = 0$$

$$3k = 15, \quad k = 5 \text{ bulunur.}$$

Yanıt : B

SORU

$A(5, 2+k)$ ve $B(-2, 1)$ noktalarından geçen doğru $3x - 2y + 6 = 0$ doğrusuna dik ise,

k kaçtır?

- A) $\frac{-17}{3}$ B) $\frac{-16}{3}$ C) -5 D) 5 E) $\frac{16}{3}$

ÇÖZÜM

$$3x - 2y + 6 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 3 \text{ doğrusunun eğimi}$$

$$m = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

$$\left. \begin{array}{l} A(5, 2+k) \\ B(-2, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow m_{AB} = \frac{(2+k) - 1}{5 - (-2)}$$

$$m_{AB} = \frac{k+1}{7} \text{ olur.}$$

Bu doğrular dik olduğundan,

$$m \cdot m_{AB} = -1 \text{ olmalıdır.}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{k+1}{7}\right) = -1$$

$$3k + 3 = -14, \quad k = -\frac{17}{3} \text{ bulunur.}$$

Yanıt : A

SORU

$A(2, k)$ noktasından geçen doğru y eksenini $B(0, 8)$ noktasında kesiyor.

Bu doğrunun eğimi 2 ise k kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 12 D) 15 E) 16

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} A(2, k) \\ B(0, 8) \end{array} \right\} \text{ noktalarından geçen doğrunun eğimi 2 ise,}$$

$$\text{eğim : } 2 = \frac{k-8}{2-0}, \quad k-8 = 4 \Rightarrow k = 12 \text{ bulunur.}$$

Yanıt : C

SORU

$k \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $ky + 2x + y - 4kx - 6 = 0$ doğrularının geçtiği sabit noktadan geçen ve y eksenine paralel olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = 1$ B) $x = 2$ C) $x = 4$
D) $y = 1$ E) $y = 4$

ÇÖZÜM

Verilen denklem bir doğru demeti denklemdir. Bu denklemi düzenlersek,

$$(2x+y-6) + k(y-4x) = 0 \text{ olur.}$$

Bu doğru demetinin geçtiği sabit nokta,

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y - 6 = 0 \\ y - 4x = 0 \end{array} \right\} \text{ doğrularının kesiştiği noktadır.}$$

$$y = 4x \Rightarrow 2x + 4x - 6 = 0, \quad x = 1, \quad y = 4 \text{ olur.}$$

$(1, 4)$ noktasından geçen ve y eksenine paralel olan doğrunun denklemi $x = 1$ doğrusudur.

Yanıt : A

SORU

Eğimleri çarpımı 1 olan iki doğrunun x eksenini kestiği noktaların apsisi çarpımı k ise y eksenini kestiği noktaların ordinatları çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{k}{2}$ C) k D) 2k E) k^2

ÇÖZÜM

Bu doğrular;

$$\left. \begin{array}{l} y = ax + b \\ y = \frac{1}{a}x + c \end{array} \right\} \text{olarak alınırsa}$$

x eksenini kestiği noktalar

$$\begin{array}{l} y = 0 \text{ için} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \begin{array}{l} y = ax + b \\ 0 = ax + b \\ x = \frac{-b}{a} \\ \left(\frac{-b}{a}, 0\right) \end{array} \quad \begin{array}{l} y = \frac{1}{a}x + c \\ 0 = \frac{1}{a}x + c \\ x = -ac \\ (-ac, 0) \end{array} \end{array}$$

apsisleri çarpımı,

$$\left(\frac{-b}{a}\right) \cdot (-ac) = b \cdot c = k \text{ olur.}$$

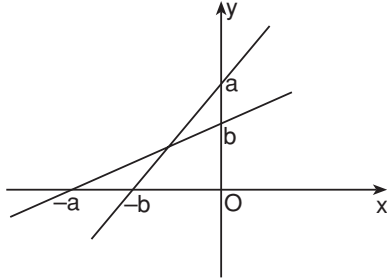
y eksenini kestiği noktalar,

$$\begin{array}{l} x = 0 \text{ için} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \begin{array}{l} y = ax + b \\ y = a \cdot 0 + b \\ y = b \\ (0, b) \end{array} \quad \begin{array}{l} y = \frac{1}{a}x + c \\ y = \frac{1}{a} \cdot 0 + c \\ y = c \\ (0, c) \end{array} \end{array}$$

ordinatları çarpımı $(b) \cdot (c) = b \cdot c = k$ olur.

Yukarıdaki çözümden bağımsız olarak:

ÇÖZÜM 2



Doğruların x eksenini kestiği noktaların apsisleri çarpımı:

$$(-b) \cdot (-a) = k \text{ ise } ab = k \text{ dir.}$$

Doğrular y eksenini a ve b de kestiğinden $a \cdot b = k$ bulunur.

Yanıt : C
SORU

n bir parametre olmak üzere $A(2n-3, n+7)$ noktalarının düzlemdeki geometrik yer denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 2y - 17 = 0$ B) $x - 2y + 17 = 0$
C) $2x - y + 11 = 0$ D) $x - 2y - 11 = 0$
E) $2x + y - 15 = 0$

ÇÖZÜM

$$\left\{ \begin{array}{l} (x, y) = (2n-3, n+7) \\ x = 2n-3 \\ y = n+7 \\ n = y-7 \end{array} \right. \text{ Parametresi yok edilirse}$$

$$\begin{array}{l} x = 2(y-7) - 3 \\ x = 2y - 17 \\ x - 2y + 17 = 0 \text{ olur.} \end{array}$$

Yanıt : B

SORU

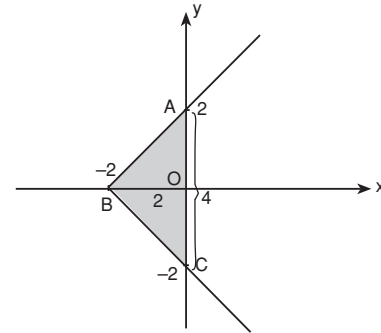
$|y| = x + 2$ bağıntısının grafiği ile y eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÇÖZÜM

$$y < 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |y| = -y \Rightarrow -y = x + 2 \\ x = 0, y = -2, (0, -2) \\ y = 0, x = -2, (-2, 0) \end{array} \right.$$

$$y \geq 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |y| = y \Rightarrow y = x + 2 \\ x = 0, y = 2, (0, 2) \\ y = 0, x = -2, (-2, 0) \end{array} \right.$$



Aranan kapalı bölge ABC üçgensel bölgesidir.

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$$