

## GEOMETRİ

Derginin bu sayısında **Nokta, Doğru, İki Doğru, Simetri, Taralı Bölgeler** konusunda çözümlü sorular yer almaktadır. Bu konuda, ÖSS'de çıkan soruların çözümü için gerekli temel bilgileri ve pratik yolları, sorularımızın çözümü içinde hatırlatmayı amaçladık. ÖSS'de bu konudan ortalama 4 soru çıkmaktadır. Derginin bundan sonraki sayısında **Uzay Geometri, Cisimlerin Alan ve Hacimleri** konusu ele alınacaktır.

### SORU

$P(-1, 1)$  noktası  $ax - by + 8 = 0$  doğrusu üzerinde ise, **a + b kaçtır?**

- A) 12      B) 8      C) 6      D) 4      E) 0

### ÇÖZÜM

$P(-1, 1)$  noktasının koordinatları,  $ax - by + 8 = 0$  denklemini sağlar. Noktanın bileşenleri yerlerine yazılırsa,  $a(-1) - b \cdot 1 + 8 = 0$  ve  $a + b = 8$  bulunur.

**Yanıt : B**

### SORU

**$x - 3y + 4 = 0$  doğrusu ile  $x + y - 8 = 0$  doğrusu hangi noktada kesişir?**

- A) (5, -3)      B) (-3, -5)      C) (-5, -3)  
D) (3, 5)      E) (5, 3)

### ÇÖZÜM

İki doğrunun denklemleri ortak çözülür.

$$\begin{array}{r} x - 3y + 4 = 0 \\ \mp x \mp y \pm 8 = 0 \\ \hline -4y + 12 = 0 \quad \text{ve } y = 3 \end{array}$$

$x - 3 \cdot 3 + 4 = 0$  ve  $x = 5$  olur.

Kesişim noktası (5, 3) noktasıdır.

**Yanıt : E**

### Uyarı

$d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$  ile

$d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$  doğruları üç durumda bulunur.

1)  $d_1$  ile  $d_2$  kesişiyor ise, kesişim noktası **ortak çözüm** ile bulunur.

2)  $d_1$  ile  $d_2$  paralel ise, eğimleri eşittir. İki doğru paralel

ise,  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  dir.

3) İki doğru çakışık ise,  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  dir.

### SORU

$3x - y + 6 = 0$  doğrusu ile  $ax + by - 4 = 0$  doğrusu Ox ekseninde dik kesişiyor ise,

**a + b kaçtır?**

- A) -12      B) -10      C) -8      D) -6      E) -4

### ÇÖZÜM

$3x - y + 6 = 0$  doğrusu Ox eksenini (k, 0) noktasında keser.

$x = k, y = 0$  için  $3k - 0 + 6 = 0$ ,  $k = -2$  ve  $(k, 0) = (-2, 0)$  bulunur.

$ax + by - 4 = 0$  denkleminde  $(-2, 0)$  yerine yazılırsa,

$a(-2) + b \cdot 0 - 4 = 0$  ve **a = -2** olur.

$3x - y + 6 = 0$  ile  $ax + by - 4 = 0$  dik kesiştikleri için eğimleri çarpımı -1 dir.

$3x - y + 6 = 0$  doğrusunun eğimi:  $y = 3x + 6$  dan  $m_1 = 3$  tür.

$ax + by - 4 = 0$  doğrusunun eğimi:  $m_2 = -\frac{a}{b} = -\frac{-2}{b} = \frac{2}{b}$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow 3 \cdot \left(-\frac{a}{b}\right) = -1, \quad 3 \cdot \frac{2}{b} = -1$$

ve  $b = -6$  bulunur.

$a + b = -2 - 6 = -8$  dir.

**Yanıt : C**

### SORU

$x - py + 6 = 0$  ile  $kx + y - 2 = 0$  doğruları çakışık doğrular ise,

**p + k kaçtır?**

- A)  $\frac{8}{3}$       B) 2      C)  $\frac{5}{3}$       D) 1      E)  $\frac{1}{3}$

### ÇÖZÜM

$x - py + 6 = 0$  ve  $kx + y - 2 = 0$  katsayıları oranlanırsa,

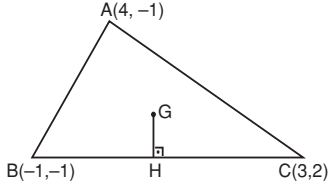
$$\frac{1}{k} = \frac{-p}{1} = \frac{6}{-2} \text{ olur.}$$

$$\frac{1}{k} = -3 \text{ ve } k = -\frac{1}{3}$$

$-p = -3$  ve  $p = 3$  olur.

$p + k = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$  bulunur.

**Yanıt : A**

**SORU**

Şekilde ABC üçgeninin köşeleri verilmiştir.

Üçgenin ağırlık merkezinin BC ye olan uzaklığı kaç birimdir?

- A)  $\frac{1}{2}$     B) 1    C)  $\frac{3}{2}$     D) 2    E)  $\frac{5}{2}$

**ÇÖZÜM**

G noktasının koordinatları, ABC köşelerinin koordinatlarının aritmetik ortalaması olduğundan,

$$G\left(\frac{4-1+3}{3}, \frac{-1-1+2}{3}\right) \text{ ve } G(2, 0)$$

$$BC \text{ doğrusunun eğimi: } m_1 = \frac{2+1}{3+1} = \frac{3}{4}$$

BC nin denklemleri:

$$y-(-1) = \frac{3}{4} [x - (-1)] \text{ ve } 3x-4y-1=0 \text{ olur.}$$

G noktasının BC doğrusuna olan uzaklığı:

$$|GH| = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{5}{5} = 1 \text{ birim bulunur.}$$

**Yanıt : B**

**Uyarı**

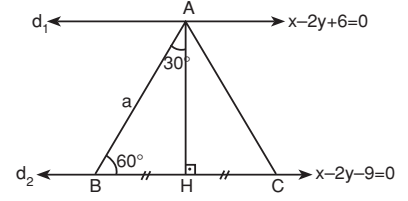
$P(x_1, y_1)$  noktasının  $ax+by+c=0$  doğrusuna olan uzaklığı,

$$|PH| = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ dir.}$$

**SORU**

Köşeleri,  $x-2y+6=0$  ile  $x-2y-9=0$  doğruları üzerinde bulunan eşkenar üçgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 9    B) 12    C) 15    D)  $12\sqrt{3}$     E)  $15\sqrt{3}$

**ÇÖZÜM**

ABC eşkenar üçgeninin yüksekliği, paralel doğrular arasındaki uzaklıktır.

$ax+by+c_1=0$  ve  $ax+by+c_2=0$  paralel doğruları arasındaki uzaklık,

$$|AH| = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ olduğundan,}$$

$$|AH| = \frac{|6 - (-9)|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5} \text{ olur.}$$

Açı ölçüleri,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  olan ABH üçgeninde,

$$|BH| = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \sqrt{15} \text{ ve } |AB| = 2\sqrt{15} \text{ olur.}$$

$$A(ABC) = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A(ABC) = \frac{(2\sqrt{15})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

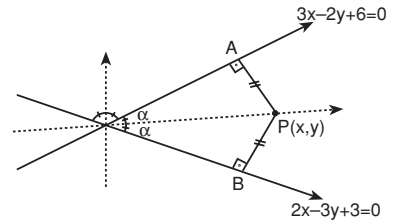
$A(ABC) = 15\sqrt{3}$  birimkare bulunur.

**Yanıt : E**

**SORU**

$3x-2y+6=0$  ile  $2x-3y+3=0$  doğrularına eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesinden (açıortay doğrularından) birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x-5y+3=0$     B)  $5x+y-6=0$     C)  $5x-5y+9=0$   
D)  $x+y-3=0$     E)  $x-y+9=0$

**ÇÖZÜM**

Açıortay özelliğinden,  $|PA| = |PB|$  dir. Noktanın doğruya olan uzaklığı her ikisi için de uygulanırsa,

$$\frac{|3x-2y+6|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{|2x-3y+3|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}}$$

$$|3x-2y+6| = |2x-3y+3|$$

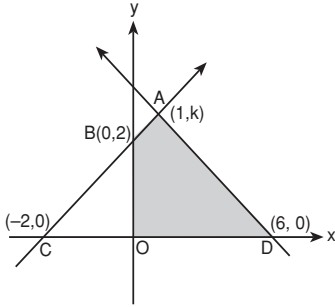
$$I) 3x-2y+6 = 2x-3y+3 \text{ ve } x+y+3=0$$

$$II) 3x-2y+6 = -2x+3y-3 \text{ ve } 5x-5y+9=0$$

bulunur ki her ikisi de açıortay denklemleridir.

**Yanıt : C**

### SORU



Şekilde verilene göre taralı dörtgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 10    B) 12    C) 14    D) 16    E) 18

### ÇÖZÜM

$A(ACD) - A(BCO)$  farkı taralı  $ABOD$  dörtgeninin alanını verir.

Bu nedenle,  $A(1, k)$  noktası belirlenmelidir.

$BC$  nin denklemi:  $m_{BC} = \frac{2}{2} = 1$  ve

$(0, 2) = (0, n)$  ve  $n = 2$

$y = mx + n$  denkleminde  $m$  ile  $n$  değerleri yerlerine yazılırsa,  $y = x + 2$  elde edilir.

$x = 1$  ve  $y = k$  için  $k = 1 + 2 = 3$  ve  $A(1, 3)$  bulunur.

$ACD$  üçgeninin yüksekliği  $k = h = 3$  tür.

$A(ABOD) = A(ACD) - A(BCO)$

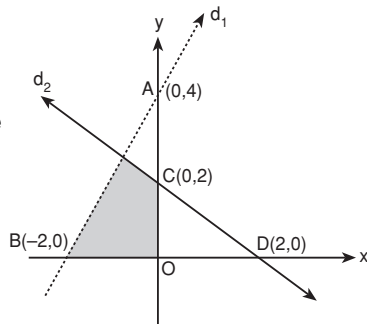
$$= \frac{8 \cdot 3}{2} - \frac{2 \cdot 2}{2}$$

$$= 10 \text{ birimkare bulunur.}$$

Yanıt : A

### SORU

Şekildeki taralı bölgeyi belirtmek için  $x \leq 0$  ve  $y \geq 0$  önermelerine ek olarak hangi önermeler eklenmelidir?



- A)  $y < 2x + 4$   
 $y \leq -x + 2$
- B)  $y \leq 2x + 4$   
 $y + x \leq 2$
- C)  $y > 2x + 4$   
 $y \leq -x + 2$
- D)  $y < 2x + 4$   
 $y \leq x + 2$
- E)  $y < 2x + 4$   
 $y < -x + 2$

### ÇÖZÜM

$d_1$  ve  $d_2$  doğrularının belirlediği bölgeleri göstermek için doğru denklemleri yazılır.

•  $d_1$  doğrusu:  $(0, 4)$  ve  $(-2, 0)$  noktalarından geçmektedir.

$$m = \frac{|AO|}{|BO|} \text{ ve } m = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 4 = 2(x - 0) \text{ ve}$$

$$y = 2x + 4 \text{ olur.}$$

Doğrunun alt bölgesi istendiğinden  $y < 2x + 4$  olur.

•  $d_2$  doğrusu:  $(0, 2)$  ve  $(2, 0)$  noktalarından geçmektedir.

$$\text{eğimi: } m = -\frac{|CO|}{|DO|} \text{ ve } m = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = -1(x - 0) \text{ ve}$$

$y = -x + 2$  olur. Doğru ve doğrunun alt bölgesi istendiğinden  $y \leq -x + 2$  dir.

O halde;  $y < 2x + 4$  ve  $y \leq -x + 2$  olmalıdır.

Yanıt : A

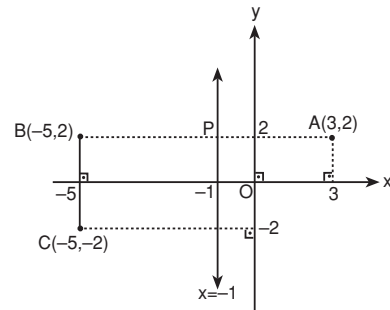
### SORU

$A(3, 2)$  noktasının  $x = -1$  doğrusuna göre simetrisi B, B noktasının Ox eksenine göre simetrisi C ise,

C noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-3, -2)$     B)  $(-5, -2)$     C)  $(-3, 2)$   
D)  $(5, -2)$     E)  $(-5, -3)$

### ÇÖZÜM



Sorunun çözümü için basit bir şekil çizerek simetri konusundaki diklik ve eşit uzaklık kavramları düşünülerek, B(-5, 2) ve C(-5, -2) bulunur.

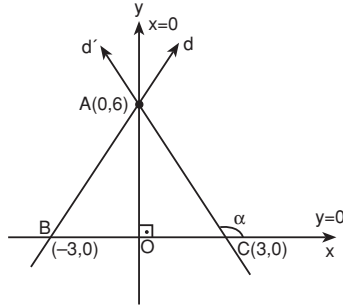
Yanıt : B

## SORU

$2x-y+6=0$  doğrusunun  $y$ - eksenine göre simetriği olan doğrunun denklemi nedir?

- A)  $x+2y-6=0$       B)  $2x-y-6=0$       C)  $x-2y+6=0$   
D)  $x+2y+6=0$       E)  $2x+y-6=0$

## ÇÖZÜM 1



Doğrunun grafiği çizilerek Oy eksenine (yani  $x=0$  doğrusuna) göre simetriği olan doğru çizilir. Denklemi yazılır.

$d : 2x-y+6=0$  doğrusu Oy eksenini;  $x=0$  için  $2 \cdot 0 - y + 6 = 0$  ve  $y = 6$  olduğundan  $A(0,6)$  noktasında keser.

Ox eksenini;  $y = 0$  için  $2x - 0 + 6 = 0$  ve  $x = -3$  olduğundan  $B(-3,0)$  noktasında keser.

$B(-3,0)$  in Oy eksenine göre simetriği  $C(3, 0)$  dir.

$A(0,6)$  nin Oy eksenine göre simetriği yine  $A(0,6)$  dir.

$d$  nin simetriği  $d'$  (yani  $AC$ ) doğrusudur.

$AC$  doğrusunun eğimi;

$$m_{AC} = \tan \alpha, \quad m_{AC} = -\frac{6}{3} \text{ ve } m_{AC} = -2 \text{ olur.}$$

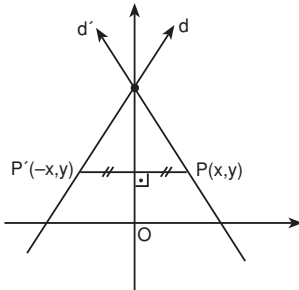
Oy eksenini kestiği nokta,

$(0, n) = (0, 6)$  ve  $n = 6$  dir.

$y = mx+n$  de yerlerine yazılırsa,

$y = -2x+6$  veya  $2x+y-6=0$  bulunur.

## ÇÖZÜM 2



$d'$  doğrusunun her noktası  $P(x, y)$  ise,  $d$  doğrusunun her noktası  $P'(-x, y)$  dir. Bu nokta  $2x-y+6=0$  denklemini sağlar.  $x$  yerine  $-x$ ,  $y$  yerine  $y$  yazılarak,

$2 \cdot (-x) - y + 6 = 0$  ve  $2x+y-6=0$  denklemi elde edilir.

**Yanıt : E**

## Uyarı

İkinci çözüm için her noktanın simetriğinin  $x$  in işaretini değiştirmekle gerçekleştiğini, bu nedenle çizim yapılmasının gerekmediğini görünüz.

## SORU

$2x-y+6=0$  doğrusunun  $y=x$  doğrusuna göre simetriği olan doğrunun denklemi nedir?

- A)  $2x-y-6=0$       B)  $x-2y+6=0$       C)  $x-2y-6=0$   
D)  $2x+y-6=0$       E)  $x+2y-6=0$

## ÇÖZÜM

$2x-y+6=0$  doğrusunun

$y = x$  doğrusuna göre

simetriği  $AP$  doğrusu

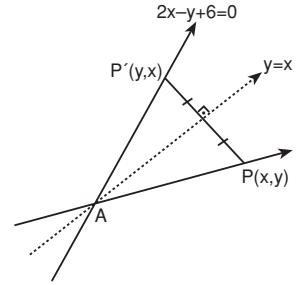
olsun.

$AP$  doğrusunun her

$P(x, y)$  noktasının  $y = x$

doğrusuna göre

simetriği  $P'(y, x)$  tir.



$P'(y, x)$  noktası  $2x-y+6=0$  doğrusu üzerinde olacağından denklemi sağlar.

$x$  yerine  $y$  ve  $y$  yerine  $x$  yazılarak istenen denklem bulunur.

$2 \cdot y - x + 6 = 0$  ve  $x - 2y - 6 = 0$  bulunur.

**Yanıt : C**

## Uyarı 1

Bir doğrunun  $y = x$  doğrusuna göre simetriğinin doğruyu ifade eden fonksiyonun tersi olduğunu görünüz.

## Uyarı 2

Benzer açıklamaları göz önünde bulundurarak bir doğrunun  $y = -x$  e göre simetriğinin  $x$  yerine  $-y$ ,  $y$  yerine  $-x$  yazılarak bulunabileceğini görünüz.

## Uyarı 3

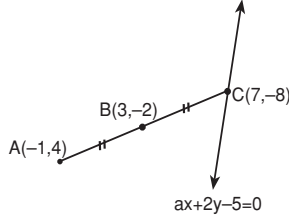
$P(x, y)$  nin  $O(0,0)$  noktasına göre simetriğinin  $P(-x, -y)$  olduğunu, doğrunun  $O(0,0)$  noktasına göre simetriğinin  $x$  yerine  $-x$ ,  $y$  yerine  $-y$  yazılarak bulunabileceğini görünüz.

**SORU**

A(-1, 4) noktasının B(3, -2) noktasına göre simetriği d :  $ax+2y-5=0$  doğrusu üzerinde ise,

a kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

**ÇÖZÜM**

C noktası artma ve azalma oranlarına göre C(7,-8) olur. Bu nokta d doğrusu üzerinde olduğundan denklemini sağlar.

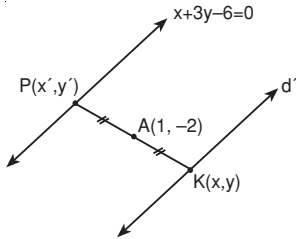
$$a \cdot 7 + 2 \cdot (-8) - 5 = 0 \quad \text{ve} \quad a = 3 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : A**

**SORU**

$x+3y-6=0$  doğrusunun A(1,-2) noktasına göre simetriği olan doğrunun denklemi nedir?

- A)  $x+3y+9=0$       B)  $3x+y-6=0$       C)  $x-3y-10=0$   
D)  $x+3y+16=0$       E)  $x+3y-12=0$

**ÇÖZÜM**

$x+3y-6=0$  doğrusunun her  $P(x', y')$  noktasının A noktasına göre simetriği  $K(x, y)$  olsun.

$$\frac{x' + x}{2} = 1 \quad \text{ve} \quad x' = 2 - x$$

$$\frac{y' + y}{2} = -2 \quad \text{ve} \quad y' = -4 - y \text{ olur.}$$

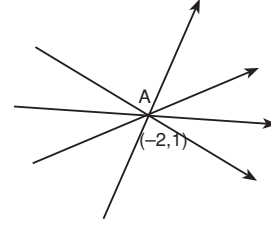
$x+3y-6=0$  doğru denkleminde,  
 $x'$  yerine  $2-x$  ve  $y'$  yerine  $-4-y$  yazılarak  
 $2-x+3(-4-y)-6=0$   
 $2-x-12-3y-6=0$   
 $x+3y+16=0$  bulunur. Bu, istenen denklemdir.

**Yanıt : D**

**SORU**

A(-2,1) noktasından geçen doğruların genel denklemini nedir?

- A)  $y+2=m(x-1)$       B)  $y-1=m(x+2)$       C)  $y+1=m(x-2)$   
D)  $y=m(x-1)$       E)  $y-1=m(x-2)$

**ÇÖZÜM**

Bir noktadan sonsuz doğru geçer. m eğimi ve  $A(x_1, y_1)$  noktayı göstermek üzere,  
 $y-y_1 = m(x-x_1)$  ise,  $y-1 = m(x+2)$  aranan denklemdir.

**Yanıt : B**

**Uyarı**

$y-1=m(x+2)$  denkleminde m bir değişkendir. m yerine daha karmaşık değişkenler gelebilir. Öyle ise; x, y değişkenlerinden başka bir değişkenle verilen denklem **doğru demeti** denklemdir.

**SORU**

$15x+7y-28=0$  ile  $8x+9y-19=0$  doğrularının kesişim noktasından ve (1, 1) noktasından geçen doğru denklemini nedir?

- A)  $12x-9y+42=0$       B)  $23x+17y-47=0$   
C)  $7x-2y-9=0$       D)  $37x+42y-7=0$   
E)  $9x+20y-29=0$

**ÇÖZÜM**

k bir reel sayı olmak üzere,  
 $15x+7y-28+k(8x+9y-19)=0$  doğru demeti denklemini yazılır. (1, 1) noktası doğru demetini sağlar.  
 $15+7-28+k(8+9-19) = 0$   
 $-6-2k = 0$  ve  $k = -3$  olur.  
 $k = -3$  yerine yazılarak,  
 $15x+7y-28-3(8x+9y-19) = 0$  ve  
 $9x+20y-29 = 0$  elde edilir.

**Yanıt : E**

### SORU

Analitik düzlemde A(1,3) noktası ile  $y=x$  doğrusu verilmiştir.

[OA] doğru parçasının  $y=x$  doğrusu üzerindeki izdüşümü kaç birimdir?

- A)  $2\sqrt{2}$  B) 3 C)  $2\sqrt{3}$  D) 4 E)  $3\sqrt{2}$

### ÇÖZÜM

[AB]  $\perp$  OB çizilirse, istenen izdüşüm uzunluğu |OB| dir. |AB| ise, A'nın  $y=x$  doğrusuna olan uzaklığıdır. O halde,

$$|AB| = \frac{|1-3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ birim ve}$$

$$|OA| = \sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10} \text{ birim olur.}$$

$$|OB|^2 + |AB|^2 = |OA|^2 \text{ olduğundan,}$$

$$|OB|^2 + (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{10})^2$$

$$|OB|^2 = 8 \text{ ve } |OB| = 2\sqrt{2} \text{ birim bulunur.}$$

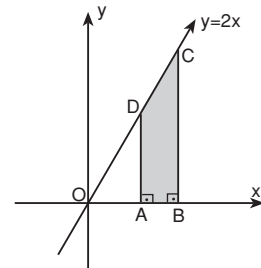
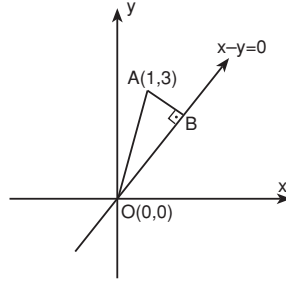
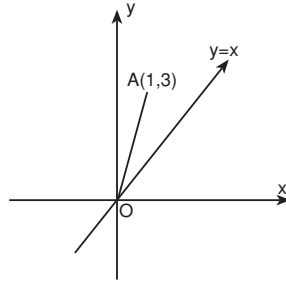
**Yanıt : A**

### SORU

xOy dik koordinat sisteminde, [DC] kenarı  $y=2x$  doğrusu üzerinde olan ABCD dik yamuğu verilmiştir. A(a, 0), B(8,0) ve  $A(ABCD) = 39$  birimkare ise,

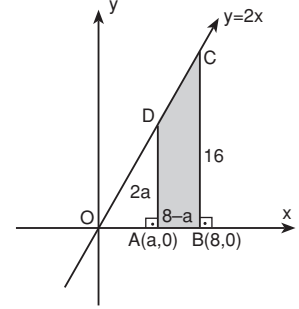
a kaçtır?

- A) 4 B) 4,5 C) 5 D) 5,5 E) 6



### ÇÖZÜM

D nin ordinatı:  
 $x=a$  için  $y=2a$  ve  $|AD| = 2a$  olur.  
C nin ordinatı:  
 $x=8$  için  $y = 16$  ve  $|BC| = 16$  olur.  
 $|AB| = 8-a$  dir.



$$A(ABCD) = \frac{(16+2a)(8-a)}{2} \text{ olduğundan,}$$

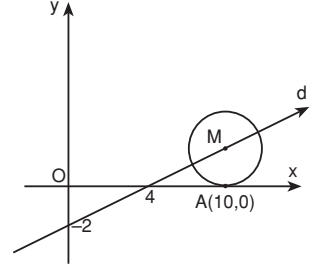
$$39 = (8+a)(8-a)$$

$$39 = 64 - a^2, \quad a^2 = 25 \text{ ve } a = 5 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : C**

### SORU

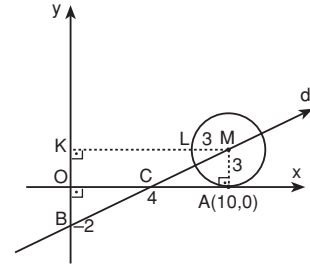
Eksenleri (0, -2) ve (4, 0) noktalarında kesen d doğrusu, Ox eksenine A(10,0) noktasında teğet olan çemberin M merkezinden geçmektedir.



Buna göre, Oy eksenini ile çember arasındaki en kısa uzaklık kaç birimdir?

- A) 7 B) 7,2 C) 8 D) 8,4 E) 9

### ÇÖZÜM



d doğrusunun denklemi:  $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} = 1$  ve  $x-2y=4$  tür.

M merkezinin ordinatı:  $x = 10$  için,  $10-2y=4$  ve  $y = 3$  tür. O halde, M(10,3) olur.

[MK]  $\perp$  Oy çizilirse, Oy eksenini ile çember arasındaki en kısa uzaklık |KL| dir.

$$|KL| = |KM| - |LM|$$

$$|KL| = 10-3=7 \text{ birim bulunur.}$$

**Yanıt : A**

**Uyarı :** MAC ve BOC üçgenlerinin benzerliğinden de sorunun çözülebileceğine dikkat ediniz.