

## GEOMETRİ

*Derginin bu sayısında **Uzay Geometri, Cisimlerin Alan ve Hacimleri** konusunda çözümlü sorular yer almaktadır. Bu konuda, ÖSS'de çıkan soruların çözümü için gerekli temel bilgileri ve pratik yolları, sorularımızın çözümü içinde hatırlatmayı amaçladık. ÖSS'de bu konudan ortalama 2 soru çıkmaktadır. Derginin bundan sonraki sayısında **Doğrunun Analitik İncelenmesi ve Uzay Geometri** konuları ele alınacaktır.*

### SORU

Bir dikdörtgenler prizmasının ayrıtları a, b, c dir.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{11}{12} \text{ ve prizmanın hacmi } 48 \text{ cm}^3$$

ise, prizmanın tüm alanı kaç cm<sup>2</sup> dir?

- A) 44      B) 55      C) 66      D) 77      E) 88

### ÇÖZÜM

Ayrıtları a, b, c olan prizmanın

Hacmi:  $V = a \cdot b \cdot c$

Tüm alanı :  $S = 2(ab+ac+bc)$  dir.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{11}{12}$$

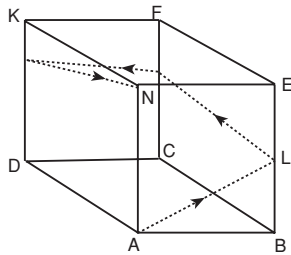
$$\frac{bc+ac+ab}{abc} = \frac{11}{12} \text{ ve } \frac{bc+ac+ab}{48} = \frac{11}{12}$$

$$bc+ac+ab = 44$$

$$S = 2(ab+ac+bc) = 88 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : E**

### SORU



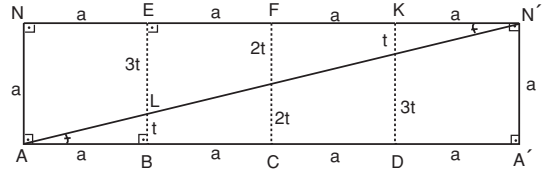
Şekildeki küpün A noktasından N noktasına yan yüzlerin tümü üzerinden geçerek en kısa yoldan giden bir hareketli [EB] ayrıtı üzerindeki L noktasından geçtiğine göre,

$\frac{|EL|}{|LB|}$  oranı kaçtır?

- A) 1      B)  $\frac{3}{2}$       C) 2      D)  $\frac{5}{2}$       E) 3

### ÇÖZÜM

Küpün yan yüzünü açalım. En kısa yol, doğrusal uzaklık olduğundan,



Küpün bir ayrıtı a birim olsun.

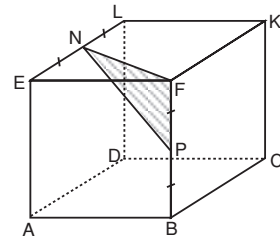
$\triangle ABL \sim \triangle N'EL$  (A.A. benzerliği)

$$\frac{|AB|}{|EN'|} = \frac{|BL|}{|EL|} \Rightarrow \frac{a}{3a} = \frac{|BL|}{|EL|}$$

$$\frac{|EL|}{|BL|} = 3 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : E**

### SORU



Şekildeki küpte

$$|EN| = |NL|$$

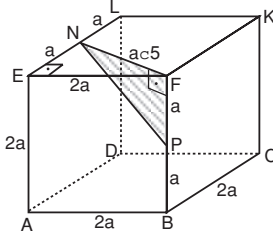
$$|BP| = |PF|$$

$$A(NPF) = 8\sqrt{5} \text{ cm}^2 \text{ ise,}$$

küpün hacmi kaç cm<sup>3</sup> tür?

- A) 512      B)  $320\sqrt{5}$       C)  $135\sqrt{5}$   
D) 216      E)  $120\sqrt{5}$

## ÇÖZÜM



$$|EN| = |NL| = a$$

$$|PB| = |PF| = a \text{ alınırsa,}$$

Karenin kenar uzunlukları eşit olduğundan,

$$|EF| = 2a \text{ dır.}$$

$$[FN] \perp [FB] \text{ ve}$$

ENF dik üçgeninde Pisagor teoreminden,

$$|NF|^2 = a^2 + 4a^2$$

$$|NF| = a\sqrt{5} \text{ olur.}$$

$$A(NPF) = \frac{a\sqrt{5} \cdot a}{2} = 8\sqrt{5}$$

$$a = 4$$

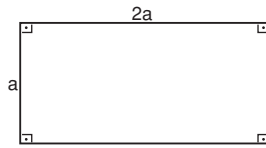
$$2a = 8 \text{ cm olur.}$$

Küpün hacmi :  $V = (2a)^3 = 8^3 = 512 \text{ cm}^3$  bulunur.

**Yanıt : A**

## SORU

Şekilde bir kenarı  $a$  ve diğer kenarı  $2a$  olan bir dikdörtgen önce kısa kenarı ve sonra uzun kenarı etrafında  $360^\circ$  döndürülüyor.

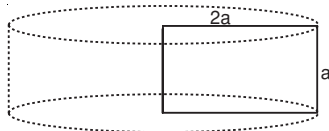


**Oluşan cisimlerin hacimleri oranı kaçtır?**

- A) 1      B)  $\frac{3}{2}$       C) 2      D) 4      E) 8

## ÇÖZÜM

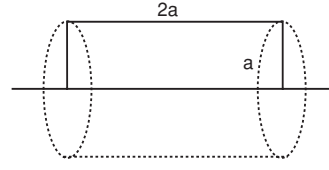
Kısa kenarı etrafında döndürelim.



$$V_1 = \pi(2a)^2 \cdot a$$

$$V_2 = 4a^3\pi$$

Uzun kenarı etrafında döndürelim.



$$V_2 = \pi(a)^2 \cdot 2a$$

$$V_2 = 2a^3\pi$$

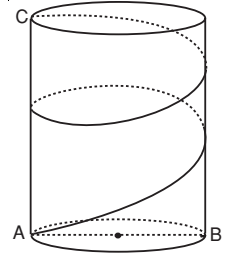
Hacimler oranı:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{4a^3\pi}{2a^3\pi} = 2 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : C**

## SORU

Şekildeki silindirin etrafına A noktasından başlayıp C noktasına gelecek şekilde iki kez tel dolanıyor.

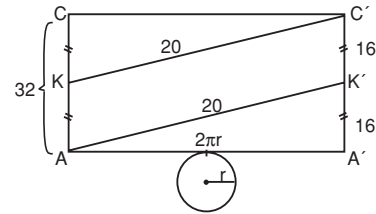


**Silindirin yüksekliği 32 cm, kullanılan telin uzunluğu 40 cm ise, silindirin taban dairesinin yarıçap uzunluğu kaç cm dir?**

( $\pi = 3$  cm alınız.)

- A) 1      B) 2      C)  $\frac{5}{2}$       D) 3      E)  $\frac{7}{2}$

## ÇÖZÜM



Silindirin yan yüzünü düzlem üzerinde açarak düşürsek,

$$|AK'| = |KC'| = 20 \text{ cm}$$

$$|AA'| = 2\pi r \text{ ve } \pi=3 \text{ alınırsa,}$$

$$|AA'| = 2 \cdot 3 \cdot r = 6r$$

AA'K' dik üçgeninde pisagor teoreminden,

$$20^2 = 16^2 + (6r)^2$$

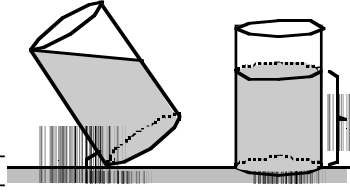
$$6r = 12$$

$$r = 2 \text{ cm bulunur.}$$

**Yanıt : B**

### SORU

Taban yarıçapı 3 cm ve yüksekliği 10 cm olan bir dik silindir, tamamen su ile dolu iken; taban düzlemi ile  $45^\circ$  lik açı yapacak şekilde I. konuma getirildiğinde suyun bir kısmı dökülüyor.

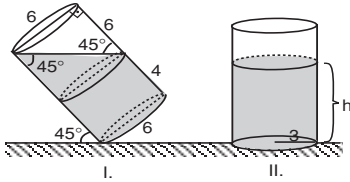


**Kap II. konuma getirildiğinde suyun yüksekliği kaç cm olur?**

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

### ÇÖZÜM

I. konumdaki suyun hacmi ile, II. konumdaki suyun hacmi eşittir.



$$\frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 6}{2} + \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = \pi \cdot 3^2 \cdot h \text{ ve } h = 7 \text{ cm bulunur.}$$

**Yanıt : E**

### SORU

Taban dairelerinin merkezleri O, yarıçap uzunlukları r ve 2r olan dik silindirin yükseklikleri eşit ve 12 cm dir.



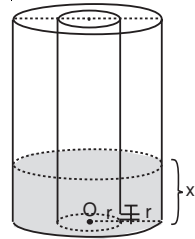
**Tamamı su ile dolu olan içteki dik silindirin dibindeki musluk açılırsa suyun seviyesi kaç cm azalır?**

- A) 3 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

### ÇÖZÜM

Taban daireleri r yarıçaplı silindirin içindeki suyun, taban dairesi 2r yarıçaplı silindire boşaldığında suyun yüksekliği x olsun. Hacim değişmeyeceğinden,  
 $\pi \cdot r^2 \cdot 12 = \pi \cdot (2r)^2 \cdot x$   
 $\pi r^2 \cdot 12 = \pi \cdot 4r^2 \cdot x$   
 $x = 3 \text{ cm bulunur.}$   
O halde suyun seviyesi  $12 - 3 = 9 \text{ cm}$  azalır.

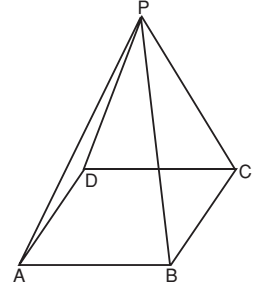
**Yanıt : D**



### SORU

Düzgün kare piramitin taban kenarının uzunluğu 32 cm, yan yüz yüksekliği 20 cm dir.

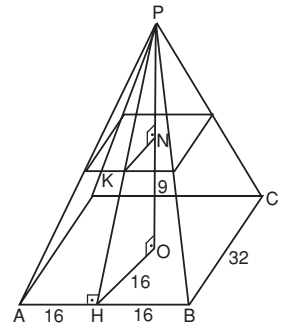
**Piramit tabana paralel ve tabandan 9 cm uzaklıktaki bir düzlemlerle keşiliyor. Küçük piramidin hacmi kaç  $\text{cm}^3$  tür?**



- A) 27 B) 32 C) 36 D) 56 E) 64

### ÇÖZÜM

POH dik üçgeninde Pisagor teoreminden,  
 $20^2 = 16^2 + |PO|^2$   
 $|PO| = 12 \text{ cm}$   
O halde,  
 $|PN| = 12 - 9 = 3 \text{ cm}$   
 $PKN \sim PHO$   
 $\frac{3}{12} = \frac{|NK|}{16}$   
 $|NK| = 4 \text{ cm olur.}$



Küçük piramidin tabanının kenar uzunluğu 8 cm, yüksekliği 3 cm olduğundan;

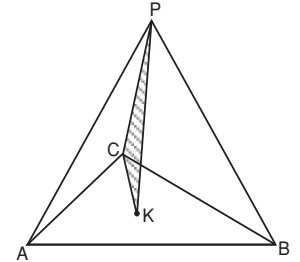
$$\text{Hacmi: } V = \frac{8^2 \cdot 3}{3} = 64 \text{ cm}^3 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : E**

### SORU

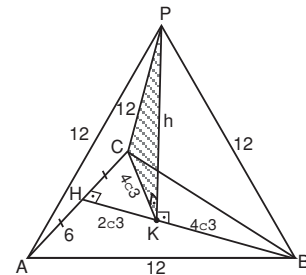
Şekildeki (P, ABC) düzgün dörtyüzlüde K, ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.  $|AB| = 12 \text{ cm}$  ise,

**A(PCK) kaç  $\text{cm}^2$  dir?**



- A)  $12\sqrt{6}$  B)  $18\sqrt{3}$  C)  $20\sqrt{6}$  D)  $24\sqrt{2}$  E)  $30\sqrt{3}$

### ÇÖZÜM



Bütün yüzleri eşkenar üçgen olan piramide **düzgün dörtyüzlü** denir.

K ağırlık merkezi ise,  
|AH| = 6 cm

|HB| =  $6\sqrt{3}$  cm

|HK| =  $2\sqrt{3}$  cm

|KB| = |CK| =  $4\sqrt{3}$  cm

|CP| = 12 cm dir.

[PK]  $\perp$  [CK] olduğundan,

CKP dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa,

$$(4\sqrt{3})^2 + h^2 = 12^2$$

$$h = \sqrt{6} \text{ cm olur.}$$

$$\text{Alan(CKP)} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{6}}{2} = 24\sqrt{2} \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : D**

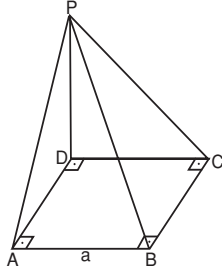
### SORU

Şekildeki kare piramitte,

[PD]  $\perp$  (ABCD) dir.

|PD| = 3 cm, |AD| = a cm

ve A(ABP) = 10cm<sup>2</sup> ise,



**piramidin hacmi kaç cm<sup>3</sup> tür?**

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 36

### ÇÖZÜM

PDA üçgeni dik üçgendir.

([PD]  $\perp$  [DA])

Ayrıca üç dikme teoremine

göre, [PA]  $\perp$  [AB] olur.

PAB bir dik üçgen olduğundan,

$$|PA| = \sqrt{a^2 + 3^2}$$

$$A(PAB) = \frac{a \cdot \sqrt{a^2 + 9}}{2} = 10 \text{ (iki tarafın karesi alınır)}$$

$$\frac{a^2 \cdot (a^2 + 9)}{4} = 100$$

$$a^2(a^2 + 9) = 400 \text{ olur.}$$

a<sup>2</sup>=t diyelim,

$$t(t+9)=400$$

$$t^2 + 9t - 400=0$$

$$(t-16)(t+25)=0 \text{ ve } t = 16 \text{ için } a = 4 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Piramidin hacmi, } V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} 4^2 \cdot 3$$

$$V = 16 \text{ cm}^3 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : B**

### SORU

ABCDEF düzgün

altıgen ve [PF] altıgen

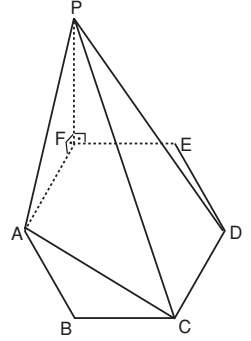
düzlemine diktir.

|AB| = |PF| = 4 cm ise,

**Alan(PAC) oranı**

**Alan(PDC)**

**kaçtır?**



- A)  $\sqrt{2}$  B)  $\sqrt{3}$  C)  $\sqrt{6}$  D)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  E)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

### ÇÖZÜM

[PF], altıgen düz-

lemine dik oldu-

ğundan

PFA dik üçgeninde

Pisagor teoreminden,

$$|AP|^2 = 4^2 + 4^2$$

$$|AP| = 4\sqrt{2} \text{ ve}$$

PFD dik üçgeninde

Pisagor teoreminden,

$$|PD|^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$$|PD| = 8 \text{ olur.}$$

Üç dikme teoreminden,

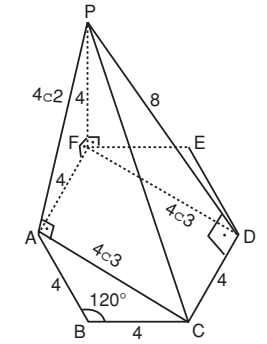
[PA]  $\perp$  [AC] ve [PD]  $\perp$  [DC] dir.

$$A(PAC) = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{6} \text{ cm}^2$$

$$A(PDC) = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

$$\frac{A(PAC)}{A(PDC)} = \frac{8\sqrt{6}}{16} = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : D**



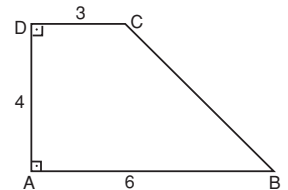
### SORU

ABCD dik yamuk

|AB| = 6 cm

|AD| = 4 cm

|DC| = 3 cm



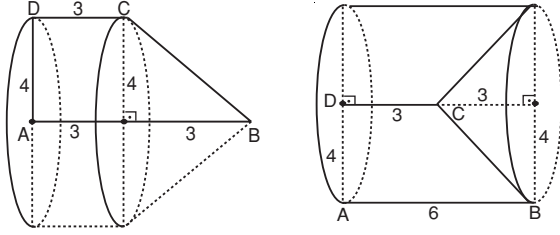
V<sub>1</sub>: Dik yamuğun [AB] etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi

V<sub>2</sub>: Dik yamuğun [DC] etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi ise,

**$\frac{V_1}{V_2}$  oranı kaçtır?**

- A)  $\frac{3}{2}$  B)  $\frac{4}{3}$  C)  $\frac{2}{3}$  D)  $\frac{3}{4}$  E)  $\frac{4}{5}$

**ÇÖZÜM**



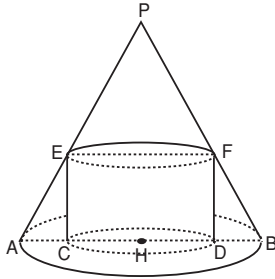
$$V_1: \pi \cdot 4^2 \cdot 3 + \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 3}{3} = 64\pi$$

$$V_2: \pi \cdot 4^2 \cdot 6 - \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 3}{3} = 80\pi$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{64\pi}{80\pi} = \frac{4}{5} \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : E**

**SORU**

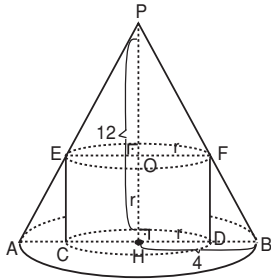


Dik koni içine, bir dik silindir yan yüzeylere değecek şekilde yerleştirilmiştir. Silindirin taban yarıçapı yüksekliğine eşittir.

**Koninin taban çapı 8 cm, yüksekliği 12 cm ise, silindirin hacmi kaç  $\pi \text{ cm}^3$  tür?**

- A) 9    B) 18    C) 27    D) 36    E) 48

**ÇÖZÜM**



P, O, H doğrusal ve  $[PH] \perp [AB]$  dir. Silindirin taban yarıçapı ve yüksekliği r olsun.

$$\triangle POF \sim \triangle PHB \quad (\text{A.A. Benzerliği})$$

$$\frac{12-r}{12} = \frac{r}{4}$$

$$12-r = 3r$$

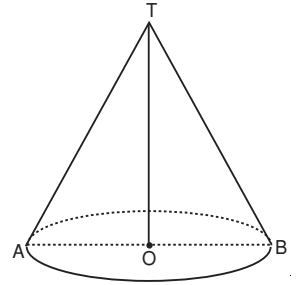
$$r = 3$$

$$\begin{aligned} \text{Silindirin hacmi} &= \pi r^2 h \\ &= \pi \cdot 9 \cdot 3 \\ &= 27\pi \text{ cm}^3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Yanıt : C**

**SORU**

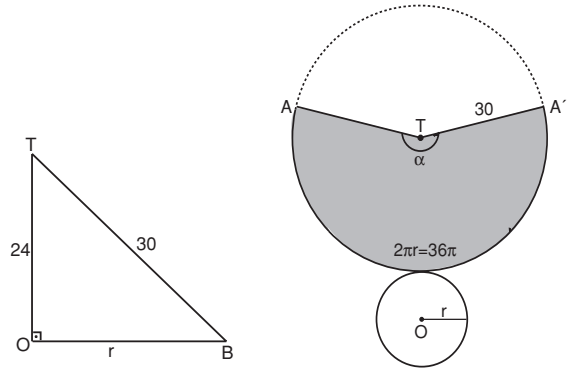
Ana doğrusunun uzunluğu 30 m olan dik koni şeklindeki bir çadırın, ortasındaki tabana dik olan direğin uzunluğu 24 m dir.



**Bu çadırın yapımında kaç  $\pi \text{ m}^2$  kumaş kullanılmıştır?**

- A) 360    B) 420    C) 440    D) 540    E) 600

**ÇÖZÜM**



TOB dik üçgen

$$30^2 = 24^2 + r^2$$

$$r = 18 \text{ m}$$

$|AA'|$  yayının uzunluğu r yarıçaplı dairenin çevresine eşittir.

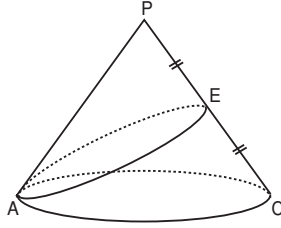
$$2\pi \cdot 18 = 2\pi \cdot 30 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \text{ ve } \alpha = 6 \cdot 36^\circ = 216^\circ$$

$$A(\text{TAA}') = \pi \cdot 30^2 \cdot \frac{216^\circ}{360^\circ} = 540\pi \text{ m}^2 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : D**

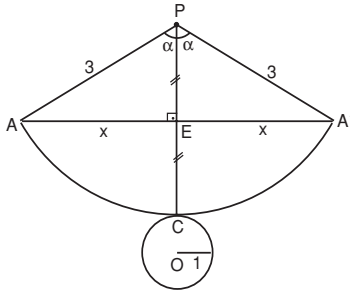
### SORU

Tabanın çapı 2 cm, ana doğrusu 3 cm uzunluğunda olan dik koninin A noktasından yüzey üzerinden önce [PC]'nin orta noktası olan E'ye uğrayıp A noktasına giden hareketlinin aldığı en kısa yol kaç cm dir?



- A)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  B)  $2\sqrt{3}$  C)  $3\sqrt{3}$  D)  $5\sqrt{3}$  E)  $6\sqrt{3}$

### ÇÖZÜM



Dik koninin yanal yüzeyi [PA] ana doğrusu boyunca kesilip, düzleme yatırılırsa, yukarıdaki şekil oluşur. İstenen en kısa yol;

$$|AE| + |EA'| = |AA'| = 2x \text{ tir.}$$

A, E, A' doğrusal noktalardır.

|AA'| yayının uzunluğu, tabanın çevresine eşit olduğundan,

$$|AA'| = 2\pi \cdot r$$

$$\frac{2\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 3 = 2\pi \cdot 1$$

$$\alpha = 60^\circ \text{ olur.}$$

PAE dik üçgeni, 30°, 60°, 90° üçgeni olur.

O halde;

$$|PA| = 3 \text{ ise, } |PE| = \frac{3}{2} \text{ ve}$$

$$|AE| = x = \frac{3}{2} \sqrt{3} \text{ olur.}$$

$$|AA'| = 2x = 3\sqrt{3} \text{ cm bulunur.}$$

**Yanıt : C**

### SORU

Bir küre, merkezinden 9 cm uzaklıkta bir düzlemle kesiliyor. Oluşan kesitin alanı  $144\pi \text{ cm}^2$  dir.

Kürenin içine, bu kesiti taban kabul eden en büyük hacimli koni yerleştiriliyor.

**Koninin hacminin, kürenin hacmine oranı kaçtır?**

- A)  $\frac{24}{25}$  B)  $\frac{48}{25}$  C)  $\frac{24}{125}$  D)  $\frac{32}{125}$  E)  $\frac{48}{125}$

### ÇÖZÜM

Koninin tabanının merkezi C ve

$$|BC| = r \text{ olsun.}$$

$$\pi r^2 = 144\pi$$

$$r = 12 \text{ olur.}$$

OBC dik üçgeninde

Pisagor teoreminden,

$$|BO|^2 = 12^2 + 9^2$$

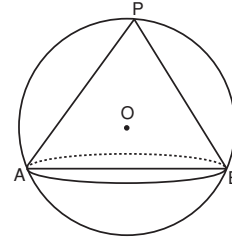
$$|BO| = 15 \text{ cm}$$

O halde koninin yüksekliği:  $9+15=24$  cm dir.

$$\frac{V_{\text{Koni}}}{V_{\text{Küre}}} = \frac{\frac{\pi \cdot 12^2 \cdot 24}{3}}{\frac{4}{3} \pi \cdot 15^3} = \frac{32}{125} \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : D**

### SORU

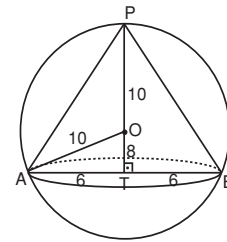


Yarıçapı 10 cm olan bir küre içine taban yarıçapı 6 cm olan bir koni, şekildeki gibi yerleştiriliyor.

**Koninin hacmi en çok kaç  $\pi \text{ cm}^3$  olur?**

- A) 180 B) 216 C) 240 D) 260 E) 360

### ÇÖZÜM



Bir küre içine yerleştirilecek en büyük hacimli koninin yüksekliği, kürenin merkezinden geçecektir. Taban dairesinin merkezini T ile gösterelim.

AOT dik üçgeninde  $|OT| = 8$  cm olur.

O halde, koninin yüksekliği

$$10+8=18 \text{ cm dir.}$$

Koninin hacmi,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$  olduğundan,

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 18$$

$$V = 216 \pi \text{ cm}^3 \text{ bulunur.}$$

**Yanıt : B**