

GEOMETRİ

*Derginin bu sayısında **Uzay Geometri ve Doğrunun Analitik İncelemesi** konularında çözümlü sorular yer almaktadır. Bu konuda, ÖSS'de çıkan soruların çözümü için gerekli temel bilgileri ve pratik yolları, sorularımızın çözümü içinde hatırlatmayı amaçladık. ÖSS'de bu iki konudan ortalama **2+4=6** soru çıkmaktadır. Derginin bundan sonraki sayısında **Deneme Sınavları** yer alacaktır.*

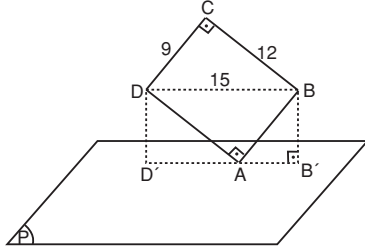
SORU

Boyutları 9 cm ve 12 cm olan dikdörtgenin bir düzlem üzerindeki izdüşümü bir doğru parçası ise,

bu doğru parçasının uzunluğu en çok kaç cm dir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 15 E) 16

ÇÖZÜM



İzdüşüm bir doğru parçası olduğundan, ABCD dikdörtgen düzlemi P düzlemine dik olur ve [DB] köşegeni (P) düzlemine paralel olursa, ABCD dikdörtgeninin P düzlemi üzerindeki izdüşümü bir doğru parçası ve uzunluğu en büyük olur. Şekilde [DB] nin P düzlemindeki izdüşümü $[D'B']$ dür.

$|DB| = |D'B'| = 15$ cm bulunur.

Yanıt : D

SORU

ABCD ve ECKF dikdörtgenleri birbirine diktir.

$|AB| = 3\sqrt{5}$ cm

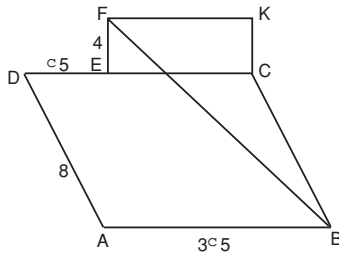
$|AD| = 8$ cm

$|DE| = \sqrt{5}$ cm

$|EF| = 4$ cm ise,

|FB| kaç cm dir?

- A) $6\sqrt{5}$ B) 13 C) 12 D) $5\sqrt{5}$ E) 10



ÇÖZÜM

[KB] çizilirse,
[KC] \perp [CB] ve
[FK] \perp [KB] olur.

$|EC| = |FK| = 2\sqrt{5}$ cm

$|AD| = |BC| = 8$ cm

$|FE| = |KC| = 4$ cm

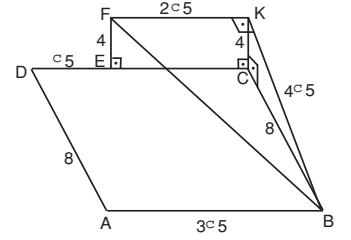
KCB dik üçgeninde
Pisagor teoreminden,

$|KB|^2 = 4^2 + 8^2$ ve $|KB| = 4\sqrt{5}$ cm

FKB dik üçgeninde Pisagor teoreminden,

$|FB|^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2$ ve $|FB| = 10$ cm bulunur.

Yanıt : E

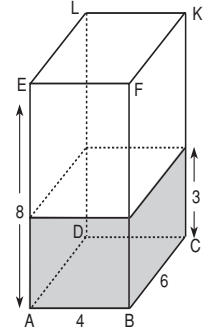


SORU

Boyutları 4 cm, 6 cm, 8 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki depoda 3 cm yüksekliğinde su vardır.

Depoyu EABF yüzü üzerine yatırdığımızda suyun yüksekliği kaç cm olur?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{9}{4}$ E) 3



ÇÖZÜM

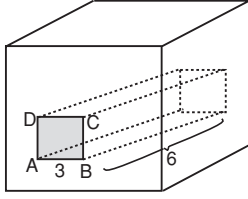
Depodaki suyun hacmi: $V = 4 \cdot 6 \cdot 3 = 72$ cm³ tür.

Deponun EABF yüzünü taban yaparak yatırdığımızda suyun hacmi değişmeyecektir. Bu durumda suyun yüksekliği x alınırsa,

$4 \cdot 8 \cdot x = 72$ ve

$x = \frac{9}{4}$ cm bulunur.

Yanıt : D

SORU

Bir ayrıttının uzunluğu 6 cm olan küp biçimindeki tahta blok, $|AB| = 3$ cm olacak şekilde kare dik prizma biçiminde deliniyor.

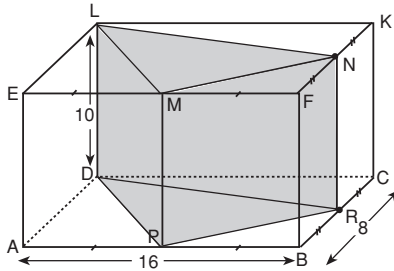
Kalan cismin yüzeylerinin toplam alanı kaç cm^2 dir?

- A) 270 B) 279 C) 288 D) 297 E) 306

ÇÖZÜM

Dikdörtgenler prizmasında;
 Bir yüzün alanı : $3 \cdot 6 = 18 \text{ cm}^2$. Dört yüz olduğundan;
 tüm alan: $4 \cdot 18 = 72 \text{ cm}^2$. Küpün ayrıtları 6 cm ve yüzleri kare olduğundan; bir yüzün alanı: $6^2 = 36 \text{ cm}^2$. Dört yüzün alanı: $4 \cdot 36 = 144 \text{ cm}^2$. İki yüzün alanı ise; $2(36-9) = 2 \cdot 27 = 54 \text{ cm}^2$
 Toplam alan: $72+144+54=270 \text{ cm}^2$ olur.

Yanıt : A

SORU

ABCDEFLK dikdörtgenler prizmasıdır.
 M, P, R, N buldukları ayrıtların orta noktalarıdır.
 $|AB| = 16 \text{ cm}$
 $|BC| = 8 \text{ cm}$
 $|LD| = 10 \text{ cm}$ ise,

DPRLMN üçgen dik prizmanın hacmi kaç cm^3 tür?

- A) 640 B) 600 C) 480 D) 460 E) 420

15.

ÇÖZÜM

$$A(DPR) = A(ABCD) \cdot \frac{3}{8} \text{ olduğundan}$$

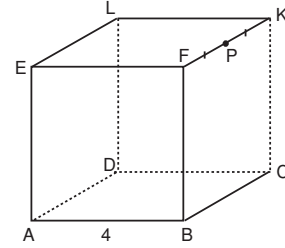
$$A(DPR) = 16 \cdot 8 \cdot \frac{3}{8} = 48 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Üçgen dik prizma ile dikdörtgenler prizmasının yükseklikleri aynıdır. O halde üçgen prizmanın hacmi;

$$V = \text{Taban alanı} \times \text{yükseklik}$$

$$V = 48 \cdot 10 = 480 \text{ cm}^3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt : C

SORU

ABCDEFLK küpünde,

$$|KP| = |PF|$$

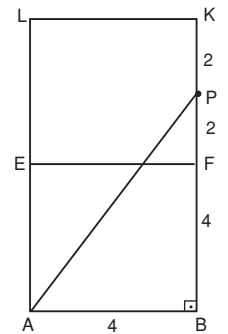
$$|AB| = 4 \text{ cm dir.}$$

A dan P ye yüzey üzerinden giden bir cismin alacağı en kısa yol kaç cm dir?

- A) $2\sqrt{6}$ B) 6 C) $2\sqrt{13}$ D) 8 E) $6\sqrt{2}$

ÇÖZÜM

Bu tip sorularda açık şekli çizerek yanıtı bulmak gerekir. İstenen en kısa yol $|AP|$ dir. PAB dik üçgeninde Pisagor teoreminden,
 $|PA|^2 = 4^2 + 6^2 = 52$
 $|PA| = 2\sqrt{13} \text{ cm}$ bulunur.



Yanıt : C

SORU

Taban yarıçapı 2 cm ve yüksekliği 6 cm olan bir dik silindir, merkezler doğrusuna paralel ve merkezler doğrusundan $\sqrt{2}$ cm uzaklıkta bir düzlemlle kesiliyor.

Kesilen küçük parçanın hacmi kaç cm^3 tür?

- A) $3\pi-6$ B) $6\pi-6$ C) $4\pi-12$ D) $6\pi-12$ E) 6π

ÇÖZÜM

Silindirin şeklini çizersek;

$|OA| = |OB| = 2$ cm (yarıçap)

$[OH] \perp [AB]$ ve

$|OH| = \sqrt{2}$ cm veriliyor.

$|AH| = |HB| = \sqrt{2}$ cm olacağından

AOB üçgeni ikizkenar dik üçgen

olur. ($m(\widehat{AOB}) = 90^\circ$)

Bu nedenle kesilen küçük parçanın hacmini; dörtte bir silindirin hacminden, AOB üçgeni tabanlı prizmanın hacminin çıkarılmasıyla elde ederiz.

$$\begin{aligned} \text{Kesilen küçük parçanın hacmi} &= \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 6}{4} - \frac{2 \cdot 2 \cdot 6}{2} \\ &= 6\pi - 12 \text{ cm}^3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt : D

SORU

(T, ABCD) piramit

$P \in (ABCD)$

$(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$

$\frac{|A'T|}{|AT|} = \frac{1}{4}$ ise,

İçteki (P, A'B'C'D') piramidin hacminin, kesik piramidin hacmine oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{1}{63}$ C) $\frac{2}{63}$ D) $\frac{1}{21}$ E) $\frac{1}{7}$

ÇÖZÜM

$\frac{|A'T|}{|AT|} = \frac{1}{4}$ tür.

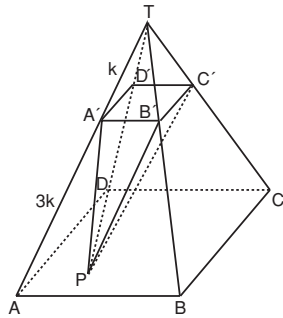
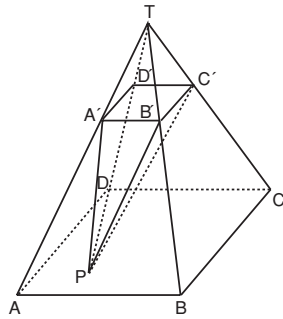
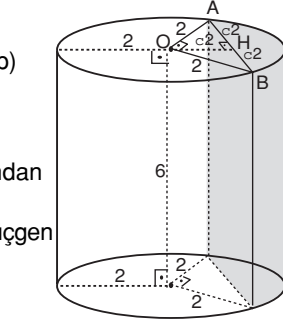
(T, A'B'C'D') piramidinin hacmi;

V birimküpe ise,

(P, A'B'C'D') piramidinin hacmi;

$3V$ birimküpe olur.

(Tabanları aynı olan piramidlerin hacimleri oranı, yüksekliklerin oranına eşittir.)



Benzer cisimlerin hacimleri oranı benzerlik oranının küpüne eşit olduğundan, $n = \frac{1}{4} \Rightarrow n^3 = \frac{1}{64}$ ve

(T, ABCD) piramidinin hacmi $64V$ birimküpe olur.

Kesik piramidin hacmi ise $63V$ birimküpe olacağından,

İstenen hacimler oranı : $\frac{3V}{63V} = \frac{1}{21}$ bulunur.

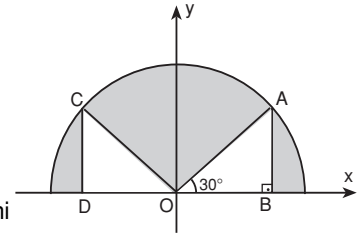
Yanıt : D

SORU

Dik koordinat düzleminde, O merkezli yarımdairenin yarıçapı 2 cm dir.

AOB dik üçgeninin Oy eksenine göre simetrisi COD üçgeni

$m(\widehat{AOB}) = 30^\circ$ ise,



taralı bölgenin, Ox-ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç cm^3 tür?

- A) $\frac{32\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi(16-\sqrt{3})}{3}$ C) $\frac{2\pi(16+\sqrt{3})}{3}$
D) $16\pi-\sqrt{3}\pi$ E) $32\pi-2\sqrt{3}\pi$

ÇÖZÜM

Yarımdairenin Ox-ekseni etrafında 360° dönmesi ile bir küre ve OAB dik üçgeninin Ox-ekseni etrafında dönmesiyle dik koni meydana gelir.

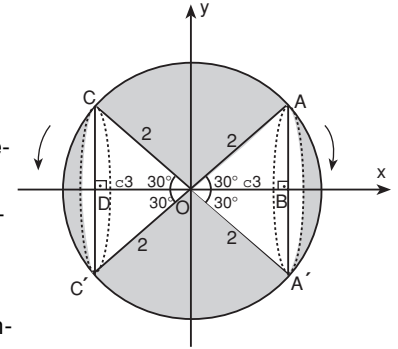
Kürenin hacminden, meydana gelen iki eş dik koninin hacimleri çıkarılarak istenen cismin hacmi elde edilir.

Kürenin yarıçapı $|OA| = 2$ cm ise, $|AB| = 1$ cm ve

$|OB| = \sqrt{3}$ cm olur. ($30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ üçgeni)

$$\begin{aligned} \text{İstenen hacim} &= V = \frac{4}{3} \pi \cdot 2^3 - \frac{2 \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot \sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{2\pi \cdot (16-\sqrt{3})}{3} \text{ cm}^3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt : B



SORU

d_2 doğrusunun

denklemini

$y = x+2$ ve

d_1, d_2 doğruları

arasındaki açı

15° ise,

d_1 doğrusunun denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

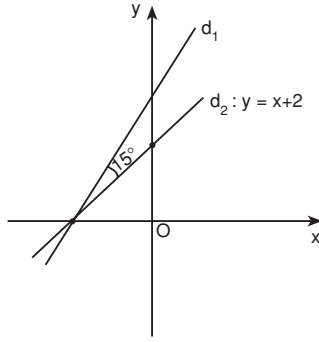
A) $y = \frac{1}{2}(x+\sqrt{3})$

B) $y = \sqrt{3}(x+\sqrt{3})$

C) $y = \sqrt{3}(x+2)$

D) $y = \sqrt{3}x-2$

E) $y = \frac{1}{2}(x+3\sqrt{3})$



ÇÖZÜM

d_2 doğrusunun eğim açısı 45° dir.

O halde d_1 doğrusunun eğim açısı 60° olur.

$$m_1 = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

d_1 doğrusuna ait nokta $(-2, 0)$ olduğundan,

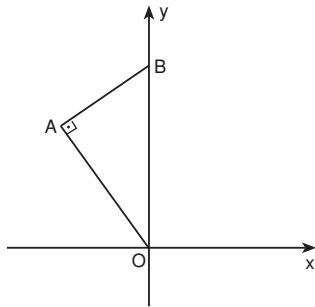
eğimi ve bir noktası bilinen doğru denkleminde

$$y-0 = \sqrt{3}(x+2)$$

$$y = \sqrt{3}(x+2) \text{ bulunur.}$$

Yanıt : C

SORU



Analitik düzlemde

$[AO] \perp [AB]$

$K(-6, -14)$ noktasının $y = -1$ doğrusuna göre simetriği A noktası ise,

A(AOB) kaç birimkaredir?

A) 45

B) 42

C) 39

D) 36

E) 33

ÇÖZÜM

AOB üçgeninin alanını bulabilmek için önce A noktasının koordinatlarını bulmalıyız. Bu tip simetri sorularında, şekil üzerinde verilenleri yazarak $K(-6, -14)$ noktasının $y = -1$ 'e göre simetriğinin koordinatlarını buluruz.

$A(-6, 12)$ olur.

Ya da $K(-6, -14)$ ün $y = -1$ e göre simetriğinin koordinatını bulurken apsis değişmez.

Ordinatı ise, $y = 2 \cdot (-1) - (-14) = -2+14 = 12$ yönüyle buluruz.

AOB dik üçgeninde, $|AH| = 6$ birim, $|OH| = 12$ birim ise, Öklit teoreminden $6^2 = 12 \cdot |BH|$ ve $|BH| = 3$ birim $|OB| = 12 + 3 = 15$ birim olur.

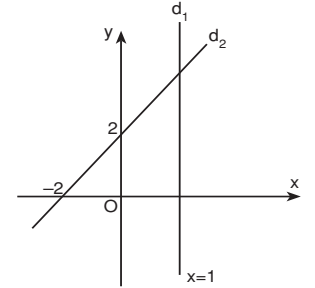
$$A(\text{AOB}) = \frac{15 \cdot 6}{2} = 45 \text{ birimkare bulunur.}$$

Yanıt : A

SORU

$d_1: x=1$ ve d_2 doğrusu verilmiştir.

d_2 doğrusunun d_1 doğrusuna göre simetriği olan doğrunun denklemini nedir?



A) $y=x-2$

B) $y = -x+3$

C) $y=2x-4$

D) $y = -x+4$

E) $y=2x+4$

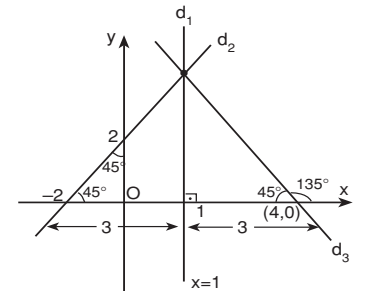
ÇÖZÜM

1. Yol:

Denklemi istenen d_3 doğrusu x eksenine 135° lik açı yapacaktır.

$m_3 = \tan 135^\circ = -1$
 $(4,0)$ noktasından geçip eğimi -1 olan doğru denklemini $y - 0 = -1(x - 4)$

$$y = -x + 4$$



2. Yol:

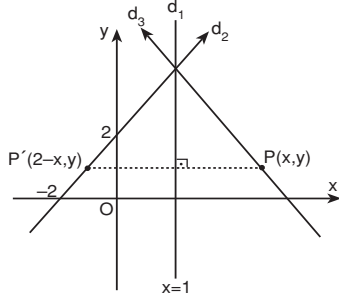
d_2 doğrusu eksenleri

$(-2, 0)$ ve $(0, 2)$

noktalarında kes-
tiğinden, denklemini

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} = 1$$

ve $y = x + 2$ olur.

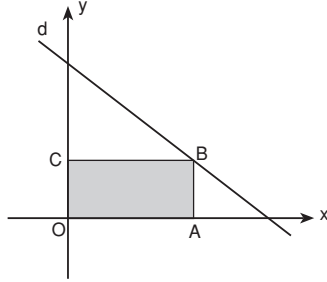


d_2 nin $x=1$ doğrusuna göre simetriği d_3 olsun. d_3 ün her $P(x, y)$ noktasının $x = 1$ doğrusuna göre simetriği $P'(2-x, y)$ dir. $P'(2-x, y)$ noktası $d_2: y=x+2$ doğrusu üzerinde olacağından denklemini sağlar. x yerine, $(2-x)$ ve y yerine, y yazılarak $y = 2-x+2$ ve $y = -x+4$ bulunur.

Yanıt : D

SORU

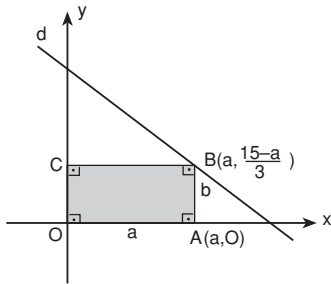
Analitik düzlemde $d: x+3y-15=0$ doğrusu üzerinde alınan B noktası için, OABC dikdörtgeninin alanı 18 birimkaredir.



Buna göre, OABC dikdörtgeninin çevresinin en büyük değeri kaç birimdir?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

ÇÖZÜM



B noktası $x+3y-15=0$ doğrusu üzerinde olduğundan,

$B(a, \frac{15-a}{3})$ olur.

$$A(OABC) = 18 \Rightarrow a \cdot \left(\frac{15-a}{3}\right) = 18$$

$$a^2 - 15a + 54 = 0$$

$(a-9)(a-6) = 0$ ve $a = 9$ veya $a = 6$ bulunur.

$a=9 \Rightarrow b = 2$ ve $a=6 \Rightarrow b = 3$ olur.

$\text{Ç}(OABC)$ en büyük istendiğinden,

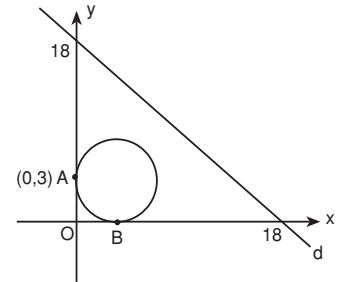
$a=9$ ve $b = 2$ alınarak

$\text{Ç}(OABC) = 2 \cdot (9+2) = 22$ birim bulunur.

Yanıt : E

SORU

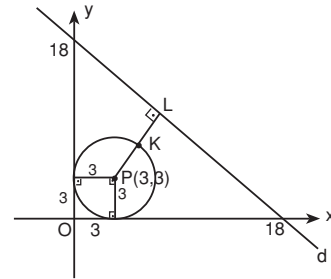
Dik koordinat sisteminde eksenlere $A(0,3)$ ve B noktalarında teğet çember ile eksenleri $(18,0)$ ve $(0,18)$ de kesen d doğrusu verilmiştir.



d doğrusu ile çember arasındaki en kısa uzaklık kaç birimdir?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}-3$ C) 3 D) $6\sqrt{2}-3$ E) $6\sqrt{2}$

ÇÖZÜM



Çemberin yarıçapı 3 birim olup P merkezi $(3, 3)$ tür. $[PL] \perp d$ çizilirse, çemberin d doğrusuna en yakın uzaklığı; P, K, L doğrusal olmak üzere $|KL|$ dir.

$$|KL| = |PL| - |PK|$$

$|PL|$ ise, P nin d doğrusuna uzaklığıdır.

$$d: \frac{x}{18} + \frac{y}{18} = 1 \text{ ve } x+y-18=0$$

$$|PL| = \frac{|3+3-18|}{\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2} \text{ birim}$$

$$|KL| = 6\sqrt{2} - 3 \text{ bulunur.}$$

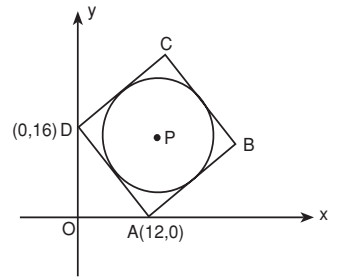
Yanıt : D

SORU

Dik koordinat sisteminde; P merkezli çember, ABCD karesinin iç teğet çemberidir.

$A(12,0)$

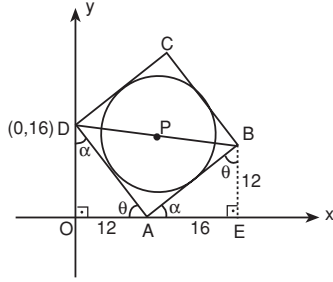
$D(0,16)$ ise,



P nin koordinatları nedir?

- A) $(8,10)$ B) $(10,10)$ C) $(14,14)$
D) $(14,12)$ E) $(16,16)$

ÇÖZÜM



P noktası ABCD karesinin köşegenlerinin kesim noktasıdır. P nin koordinatları; $|DP| = |PB|$ olduğundan [DB] nin orta noktasının koordinatları olur. O halde, B noktasının koordinatlarını bulmak gerekir. $[BE] \perp Ox$ çizilirse,

$\triangle DOA \cong \triangle AEB$ (A.K.A) olduğundan,

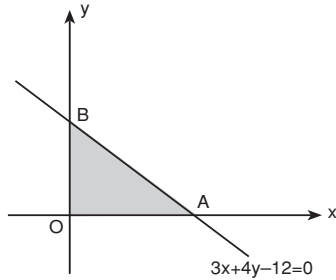
$|OD| = |AE| = 16$ ve $|OA| = |BE| = 12$ olur. B(28, 12) bulunur.

D(0,16) olduğundan,

P $\left(\frac{28+0}{2}, \frac{12+16}{2}\right)$ ve P(14, 14) olur.

Yanıt : C

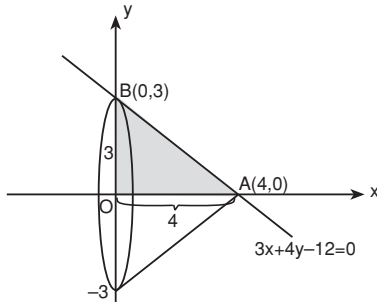
SORU



$3x+4y-12=0$ doğrusunun eksenlerle oluşturduğu OAB üçgeninin x – eksenini etrafında 180° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç birimküptür?

- A) 18π B) 12π C) 8π D) 6π E) 4π

ÇÖZÜM



Doğrunun eksenleri kestiği noktaları bulalım.

$x=0$ için $y = 3$

$y = 0$ için $x = 4$ olur.

OAB dik üçgeni x–ekseni etrafında 360° döndürülürse,

15.

taban yarıçapı 3 ve yüksekliği 4 olan bir dönele koni oluşur. İstenen cismin hacmi dönele koninin hacminin yarısıdır.

$$\frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 4}{2}$$

İstenen hacim: $V = \frac{3}{2} = 6\pi$ birimküp bulunur.

Yanıt : D

SORU

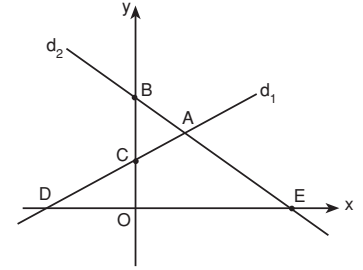
Analitik düzlemde

$$3x-5y+15 \leq 0$$

$$3x+5y-30 \leq 0 \text{ ve}$$

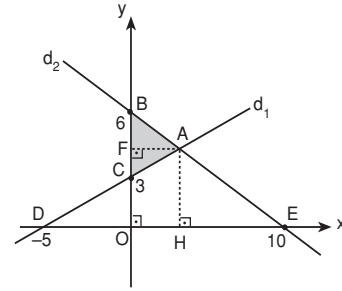
$$x \geq 0$$

koşullarına uyan bölgenin alanı kaç birimkaredir?



- A) $\frac{15}{4}$ B) $\frac{45}{4}$ C) $\frac{105}{4}$ D) $\frac{115}{4}$ E) $\frac{135}{4}$

ÇÖZÜM



$d_1: 3x-5y+15 \leq 0$ eşitsizliğinde $O(0,0)$ değerleri yerine yazılırsa, eşitsizliği sağlamadığını görürüz. O halde sağlayan bölge, orjinin zıt tarafı ve doğrunun kendisidir. $d_2: 3x+5y-30 \leq 0$ eşitsizliğinde de aynı uygulama yapılırsa, $O(0,0)$ noktasının bulunduğu bölgenin eşitsizliği sağladığını görürüz.

$x \geq 0$ bölgesi ise Oy – ekseninin sağ tarafı olduğundan, eşitsizlik sistemini sağlayan bölgenin alanı, şekildeki ABC üçgeninin alanıdır. Doğruların eksenleri kestiği noktaların koordinatlarını, denklemlerde $x = 0$ ve $y = 0$ yazarak buluruz.

$$\begin{cases} 3x-5y+15=0 \\ 3x+5y-30=0 \end{cases} \text{ denklemlerinin ortak çözümünden, } A$$

kesişim noktasının apsisi $\frac{5}{2}$ bulunur.

$$|OH| = |AF| = \frac{5}{2} \text{ ve}$$

$$A(ABC) = \frac{3 \cdot \frac{5}{2}}{2} = \frac{15}{4} \text{ birimkare bulunur.}$$

Yanıt : A